



# Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile

Sébastien Varrier

## ► To cite this version:

Sébastien Varrier. Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile. Autre. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENT029 . tel-00935257

**HAL Id: tel-00935257**

**<https://theses.hal.science/tel-00935257>**

Submitted on 23 Jan 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Automatique - Productique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Sébastien VARRIER**

Thèse dirigée par **Damien KOENIG** et  
codirigée par **John-J. Martinez-Molina**.

préparée au sein du **Gipsa-Lab**  
dans l'**École Doctorale EEATS**

# Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile

Thèse soutenue publiquement le **18/09/2013**,  
devant le jury composé de :

**M. Olivier SENAME**

Professeur, Institut Polytechnique de Grenoble, Président

**M. Saïd MAMMAR**

Professeur, Université d'Evry, Val d'Essone, Rapporteur

**M. José RAGOT**

Professeur, Institut National Polytechnique de Lorraine, Rapporteur

**M. Michel BASSET**

Professeur, Université de Haute Alsace, Examineur

**M. Damien KOENIG**

Professeur associé, HDR, Institut Polytechnique de Grenoble, Directeur

**John-J. Martinez-Molina**

Professeur associé, Institut Polytechnique de Grenoble, Co-encadrant





UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
ÉCOLE DOCTORALE EEATS  
ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE  
ET TRAITEMENT DU SIGNAL

# THÈSE

pour obtenir le titre de

**Docteur en Sciences**

de l'Université de Grenoble

**Mention : AUTOMATIQUE**

Présentée et soutenue par

Sébastien VARRIER

## Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux fautes pour l'automobile

Thèse dirigée par Damien KOENIG

et co-encadrée par John-Jairo MARTINEZ-MOLINA

préparée à Gipsa-Lab

soutenue le 18/09/2013

### **Jury :**

<i>Président :</i>	Olivier SENAME	- Institut Polytechnique de Grenoble
<i>Rapporteurs :</i>	Saïd MAMMAR	- Université d'Evry Val-d'Essonne
	José RAGOT	- Institut National Polytechnique de Lorraine
<i>Examineur :</i>	Michel BASSET	- Université de Haute Alsace
<i>Directeur :</i>	Damien KOENIG	- Institut Polytechnique de Grenoble
<i>Co-encadrant :</i>	John-J. MARTINEZ	- Institut Polytechnique de Grenoble



# Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude et mes sincères remerciements à mes encadrants de thèse, M. Damien Koenig et M. John-J. Martinez-M pour m'avoir pris sous leur responsabilité durant ces trois années. Leur calme, bonne humeur, soutien m'ont permis de travailler dans des conditions très agréables. Ils ont toujours été présents pour répondre à mes questions et m'ont laissé une très grande autonomie dans mon travail.

Je remercie d'avance M. Saïd Mammar, M. Michel Basset et M. José Ragot, rapporteurs et examinateur de cette thèse. Je n'ai de doutes concernant leur critiques et remarques à apporter à ce manuscrit.

Je remercie également Olivier Sename, directeur de mon équipe d'accueil SLR et responsable du projet ANR **INOVE**. Dans le cadre de ce projet, j'ai eu l'opportunité et le support pour développer CarRita, ainsi que d'obtenir des résultats expérimentaux utiles à la diffusion de cette thèse.

Je tiens également à remercier tous les personnels du département automatique du laboratoire. Je tiens à remercier spécifiquement Julien Minet et Thierry Blanc, pour leur soutien et leur aide pour le développement de CarRita.

Je n'oublierai pas mes collègues mexicains : Juan Carlos Tudón et Jorge Lozoya pour leur accueil lors de mon séjour au Mexique ainsi que pour nos collaborations concernant les amortisseurs semi-actifs.

J'ai passé de très bons moments au sein du laboratoire grâce à la compagnie des autres doctorants. Je tiens à tous vous remercier car sans vous, mes 3 ans de thèse auraient été très difficiles.

Finalement, je tiens à remercier toute ma famille, et tout particulièrement ma femme Cindy pour son soutien dans cette aventure.

Merci à tous...



# Notations

$\mathbb{R}$	Ensemble des nombres réels
$\mathbb{C}$	Ensemble des nombres complexes
$M^T$	Transposée de $M$
$\Re(\cdot)$	Partie réelle d'un nombre complexe
$\Im(\cdot)$	Partie imaginaire d'un nombre complexe
$M \prec (\preceq) 0$	La matrice $M$ est symétrique et définie (semi-définie) négative
$M \succ (\succeq) 0$	La matrice $M$ est symétrique et définie (semi-définie) positive
$\text{trace}(M)$	Trace de la matrice $M$
$\det(M)$	Déterminant de la matrice $M$
$s$	Variable de Laplace
$z$	Variable de la transformée en $Z$
$\mathbb{I}_n$	Matrice identité de taille $n$
LTI	Linéaire à Temps Invariant
LPV	Linéaire à Paramètres Variants
LMI	Inégalités Matricielles Linéaires





# Table des figures

II.1	Comparaison de l'évolution d'un système continu et discret . . . . .	8
II.2	Illustration du polytope des paramètres variants . . . . .	13
II.3	Schéma de l'interconnexion . . . . .	15
II.4	Illustration de la marge de module . . . . .	17
II.5	Schéma de l'interconnexion avec un filtre de spécification . . . . .	17
II.6	Schéma de l'interconnexion généralement utilisé pour la synthèse de contrôleurs . . . . .	18
II.7	Problème sous forme standard . . . . .	18
II.8	Problème sous forme standard étendue . . . . .	19
II.9	Principe de l'estimateur de défauts $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	25
II.10	Formulation du problème de détection de défaut mis sous forme stan- dard . . . . .	25
II.11	Schéma du système : défaut/erreur d'estimation . . . . .	27
II.12	Schéma de l'observateur dédié . . . . .	29
II.13	Schéma de l'observateur généralisé . . . . .	30
III.1	Illustration du système quart de véhicule . . . . .	38
III.2	Modèles de suspensions . . . . .	39
III.3	Suspension active . . . . .	40
III.4	Suspension semi-active . . . . .	41
III.5	Modèle longitudinal du véhicule . . . . .	43
III.6	Modèle longitudinal équivalent du véhicule . . . . .	43
III.7	Modèle de la caractéristique longitudinale d'un pneumatique . . . . .	44
III.8	Schématisation du modèle bicyclette . . . . .	46
III.9	Signaux d'entrées du simulateur pour $v = 40km.h^{-1}$ . . . . .	53
III.10	Comparaison des signaux réels et du simulateur pour $v = 40km.h^{-1}$ . . . . .	54
III.11	Signaux d'entrées du simulateur pour $v = 60km.h^{-1}$ . . . . .	55
III.12	Comparaison des signaux réels et du simulateur pour $v = 60km.h^{-1}$ . . . . .	56
III.13	Signaux d'entrées du simulateur pour $v = 80km.h^{-1}$ . . . . .	57
III.14	Comparaison des signaux réels et du simulateur pour $v = 80km.h^{-1}$ . . . . .	58
III.15	Signaux d'entrées du simulateur pour $v = 30km.h^{-1}$ . . . . .	59
III.16	Comparaison des signaux réels et du simulateur pour $v = 30km.h^{-1}$ . . . . .	60
III.17	Signaux d'entrées du simulateur pour $v = 80km.h^{-1}$ . . . . .	61
III.18	Comparaison des signaux réels et du simulateur pour $v = 80km.h^{-1}$ . . . . .	62
IV.1	Illustration de la détection du résidu . . . . .	76
IV.2	Découpage des sous-systèmes en fonction des paramètres variants . . . . .	88
IV.3	Structure finale du résidu . . . . .	91
IV.4	Illustration de la réduction du polytope . . . . .	102

---

V.1	Illustration du schéma de contrôle . . . . .	107
V.2	Schématisation du modèle bicyclette . . . . .	108
V.3	Variation des paramètres . . . . .	109
V.4	Interconnexion avec le filtre . . . . .	110
V.5	Schéma du détecteur et contrôleur commun . . . . .	112
V.6	Problème sous forme standard . . . . .	112
V.7	Sensibilité du suivi de référence . . . . .	114
V.8	Sensibilité de l'erreur d'estimation . . . . .	115
V.9	Schéma de l'estimation du défaut . . . . .	115
V.10	Signaux d'entrées du système . . . . .	116
V.11	Performances du contrôleur : suivi de référence et estimation du défaut	116
V.12	Circuit de validation du test de l'Elan . . . . .	118
V.13	Mesures expérimentales du système . . . . .	119
V.14	Validation des résidus sur modèle de simulation . . . . .	122
V.15	Validation des résidus sur données expérimentales . . . . .	122
V.16	Analyse des performances des résidus . . . . .	123
V.17	Résidus validés sur modèle linéaire . . . . .	125
V.18	Analyse des performances des résidus . . . . .	125
V.19	Photo du test de l'Elan à 60 et 90 $km.h^{-1}$ . . . . .	127
V.20	Force latérale d'un pneu . . . . .	128
V.21	Analyse de la variation de $\Gamma$ . . . . .	129
V.22	Illustration de la décomposition du système en fonction de la vitesse	131
V.23	Analyse des résidus pour les différents essais . . . . .	136
V.24	Comparaison des résidus . . . . .	137
VI.1	Structure de la commande tolérante au défaut . . . . .	146
VI.2	Schéma de l'interaction entre le simulateur et les algorithmes . . . . .	149
VI.3	Profils de route . . . . .	150
VI.4	Estimation du défaut . . . . .	151
VI.5	Estimation du défaut et performances du contrôle . . . . .	152
VI.6	Structure de la commande tolérante au défaut . . . . .	153
VI.7	Structure pour la localisation de défaut . . . . .	157
VI.8	Force avec défaut et estimation . . . . .	158
VI.9	Angle de roulis . . . . .	159

# Liste des tableaux

II.1	Table de décision de l'observateur dédié . . . . .	30
II.2	Table de décision de l'observateur généralisé . . . . .	31
III.1	Coefficients du modèle magnéto rhéologique . . . . .	42
III.2	Notations du modèle non-linéaire (châssis) . . . . .	51
III.3	Notations du modèle non-linéaire (pneumatique + suspension) . . . . .	52
V.1	Analyse de la performance des résidus $r_1$ et $r_2$ . . . . .	123
V.2	Analyse de la performance des résidus $r_1$ , $r_2$ et $r_3$ . . . . .	125
V.3	Sous-systèmes en fonction de la vitesse . . . . .	130
VI.1	Méthodes pour la détection de défaut en fonction du type de suspension	145
VI.2	Paramètres du véhicule considéré . . . . .	150
VI.3	Paramètres de l'amortisseur . . . . .	150



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Notations</b>	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>xii</b>
<b>I Introduction générale</b>	<b>1</b>
I.1 Introduction et état de l'art . . . . .	1
I.2 Structure . . . . .	2
I.3 Contributions et publications . . . . .	4
I.3.1 Chapitre de livre . . . . .	4
I.3.2 Articles de journaux . . . . .	4
I.3.3 Articles de conférence internationales . . . . .	4
I.3.4 Articles de conférence nationales . . . . .	5
<b>II Bases théoriques</b>	<b>7</b>
II.1 Introduction . . . . .	7
II.2 Systèmes dynamiques . . . . .	8
II.2.1 Introduction et modèles non linéaires . . . . .	8
II.2.2 Systèmes linéaires LTI . . . . .	9
II.3 Systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV) . . . . .	12
II.3.1 Présentation . . . . .	12
II.3.2 Système LPV polytopique . . . . .	13
II.3.3 Discrétisation des systèmes LPV . . . . .	14
II.4 Synthèse de contrôleurs $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	15
II.4.1 Principe et objectifs de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	15
II.4.2 Synthèse de contrôleur pour systèmes LTI . . . . .	18
II.4.3 Synthèse de contrôleur pour systèmes LPV . . . . .	20
II.4.4 Adaptation à la synthèse de détecteur de défauts . . . . .	24
II.5 Observateurs et synthèse de résidus . . . . .	25
II.5.1 Observateur : résidu et estimation de défauts . . . . .	26
II.5.2 Structure de bancs d'observateurs . . . . .	28
II.6 Détection de défauts par espace de parité . . . . .	31
II.6.1 Espace de parité pour les systèmes dynamiques . . . . .	31
II.6.2 Estimation de défauts . . . . .	34
II.6.3 Détection de défauts pour systèmes à entrées inconnues . . . . .	35
II.7 Conclusion . . . . .	36

<b>III Modèles des dynamiques de véhicule et validations expérimentales</b>	<b>37</b>
III.1 Introduction . . . . .	37
III.2 Modélisation verticale du véhicule . . . . .	38
III.2.1 Modèle quart de véhicule vertical . . . . .	38
III.2.2 Modèles de suspension actives . . . . .	40
III.2.3 Modèles avec amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques . . . . .	41
III.3 Dynamique longitudinale d'un véhicule automobile . . . . .	42
III.3.1 Dynamique du châssis . . . . .	42
III.3.2 Dynamique des roues . . . . .	45
III.3.3 Dynamique longitudinale globale . . . . .	45
III.4 Modèle latéral . . . . .	46
III.4.1 Dynamique du système . . . . .	46
III.4.2 Modélisation des capteurs . . . . .	48
III.5 Modèle complet de véhicule . . . . .	48
III.5.1 Modèle mathématique . . . . .	49
III.5.2 Validations expérimentales sur le véhicule . . . . .	53
III.6 Conclusion . . . . .	63
<b>IV Espace de parité pour systèmes incertains et à paramètres variants (LPV)</b>	<b>65</b>
IV.1 Introduction . . . . .	66
IV.2 Synthèse de résidus pour systèmes incertains . . . . .	68
IV.2.1 Introduction . . . . .	68
IV.2.2 Modélisation des systèmes incertains . . . . .	69
IV.2.3 Hypothèse et espace de parité . . . . .	70
IV.2.4 Espace de parité et optimisation . . . . .	72
IV.2.5 Seuil du résidu . . . . .	75
IV.2.6 Méthodologie . . . . .	76
IV.2.7 Conclusion . . . . .	76
IV.3 Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV . . . . .	77
IV.3.1 Introduction . . . . .	77
IV.3.2 Présentation du système . . . . .	77
IV.3.3 Extension directe : avec inverse formelle . . . . .	78
IV.3.4 Extension directe : sans inverse formelle . . . . .	80
IV.3.5 Conclusion . . . . .	87
IV.4 Synthèse et implémentation de résidu pour systèmes LPV . . . . .	88
IV.4.1 Introduction et présentation de la méthode . . . . .	88
IV.4.2 Modélisation du système . . . . .	89
IV.4.3 Synthèse de résidu . . . . .	90
IV.4.4 Formulation finale du résidu . . . . .	90
IV.4.5 Conclusion . . . . .	91
IV.5 Détection de défaut pour systèmes incertains LPV et à entrées inconnues ( $\mathcal{U}$ -LPV) . . . . .	92
IV.5.1 Introduction . . . . .	92

IV.5.2	Modélisation des systèmes incertains, LPV à entrées inconnues ( $\mathcal{U}$ -LPV) . . . . .	92
IV.5.3	Hypothèse du système . . . . .	93
IV.5.4	Extension de la méthodologie des systèmes LPV . . . . .	93
IV.5.5	Procédure d'optimisation . . . . .	94
IV.5.6	Résolution formelle . . . . .	96
IV.5.7	Résolution par optimisation et LMIs . . . . .	96
IV.5.8	Intérêt des paramètres variants qui varient lentement dans le temps . . . . .	101
IV.5.9	Conclusion . . . . .	103
IV.6	Conclusion . . . . .	103
<b>V</b>	<b>Détection de défauts et de situations critiques : application à la dynamique latérale d'un véhicule automobile</b>	<b>105</b>
V.1	Introduction . . . . .	105
V.2	Détection d'un défaut actionneur et commande tolérante . . . . .	107
V.2.1	Introduction . . . . .	107
V.2.2	Modélisation du système . . . . .	108
V.2.3	Détection et commande tolérante au défaut . . . . .	111
V.2.4	Simulation du système et résultats . . . . .	115
V.2.5	Conclusion . . . . .	117
V.3	Détection d'un défaut capteur et robustesse . . . . .	117
V.3.1	Scénario . . . . .	117
V.3.2	Détection de défaut par espace de parité . . . . .	120
V.3.3	Détection de défaut par espace de parité et robustesse . . . . .	123
V.3.4	Conclusion . . . . .	125
V.4	Détection de situations critiques . . . . .	126
V.4.1	Introduction et problématique . . . . .	126
V.4.2	Modèle du système . . . . .	126
V.4.3	Modélisation des efforts latéraux des pneumatiques . . . . .	127
V.4.4	Détection de défauts . . . . .	130
V.4.5	Validation expérimentale . . . . .	136
V.4.6	Conclusion . . . . .	136
V.5	Conclusion du chapitre . . . . .	138
<b>VI</b>	<b>Détection de défauts et commande tolérante pour la dynamique verticale de l'automobile</b>	<b>139</b>
VI.1	Introduction . . . . .	139
VI.2	Détection de défauts sur les suspensions - cas général . . . . .	140
VI.2.1	Introduction . . . . .	140
VI.2.2	Suspensions passives . . . . .	141
VI.2.3	Suspension actives . . . . .	142
VI.2.4	Suspensions semi-actives . . . . .	142
VI.2.5	Conclusion et méthodes . . . . .	144



VI.3 Détection et compensation additive de défaut pour suspensions semi-actives . . . . .	145
VI.3.1 Structure de détection et de commande tolérante . . . . .	145
VI.3.2 Détection de défaut . . . . .	146
VI.3.3 Robustesse du résidu . . . . .	148
VI.3.4 Estimation du défaut . . . . .	149
VI.3.5 Résultats applicatifs . . . . .	149
VI.3.6 Conclusion . . . . .	152
VI.4 Détection et compensation globale de défauts pour suspensions semi-actives . . . . .	153
VI.4.1 Introduction . . . . .	153
VI.4.2 Modélisation du véhicule et principe de l'approche . . . . .	153
VI.4.3 Compensation du défaut . . . . .	154
VI.4.4 Localisation du défaut . . . . .	155
VI.4.5 Détection de défaut . . . . .	157
VI.4.6 Résultats applicatifs . . . . .	158
VI.4.7 Conclusion . . . . .	159
VI.5 Conclusion du chapitre . . . . .	160
<b>VII Conclusions générales et perspectives</b>	<b>161</b>
VII.1 Conclusions . . . . .	161
VII.2 Perspectives . . . . .	162
<b>A Annexes</b>	<b>163</b>
A.1 Paramètres du véhicule . . . . .	163
A.2 Développement limité des paramètres variants . . . . .	163
A.2.1 Développement limité de $\rho_1(k)$ . . . . .	163
A.2.2 Développement limité de $\rho_2(k)$ . . . . .	164
<b>Bibliographie</b>	<b>165</b>

# Introduction générale

---

## Sommaire

<b>I.1</b>	<b>Introduction et état de l'art</b>	<b>1</b>
<b>I.2</b>	<b>Structure</b>	<b>2</b>
<b>I.3</b>	<b>Contributions et publications</b>	<b>4</b>
I.3.1	Chapitre de livre	4
I.3.2	Articles de journaux	4
I.3.3	Articles de conférence internationales	4
I.3.4	Articles de conférence nationales	5

---

## I.1 Introduction et état de l'art

Les véhicules automobiles sont composés d'une multitude d'organes, de plus en plus innovant, dont le but de satisfaire une classe de confort et de sécurité pour les passagers. Ils comportent de plus en plus d'organes contrôlables tels que la direction, les suspensions, le freinage. Ces organes ont été complétés depuis ces 20 dernières années par de nouveaux systèmes de sécurité. On distingue deux familles :

- les systèmes passifs : ce sont des systèmes qui sont simplement déclenchés à la suite d'un événement, sans contrôle. On retrouve par exemple la ceinture de sécurité, l'airbag.
- les systèmes actifs : ces systèmes sont contrôlés en permanence. Ils nécessitent donc des actionneurs pour effectuer l'action et des capteurs pour corriger l'action. On retrouve ici par exemple les systèmes d'anti-blocage des roues (ABS), de contrôle de trajectoire (EPS), de contrôle de vitesse (ACC) etc...

En dépit de ces systèmes de sécurité, l'Organisation Mondiale de la Santé recensait en 2009 2.2% de mortalité dû aux pertes de stabilité de véhicules. Ce constat laisse ainsi s'interroger sur la fiabilité des différents organes et sur l'éventuel besoin de nouveaux systèmes de sécurité afin de détecter la perte de stabilité d'un véhicule.

Le travail présenté dans cette thèse propose de nouvelles solutions de sécurité pour les véhicules automobiles, en proposant de nouvelles méthodologies de détection de défauts pour les capteurs et les actionneurs ainsi la détection de situations critiques. Les résultats proposés ont été validés pour la plupart sur des données réelles ou sur simulateur réalistes comme CarSim.

Les travaux effectués s'inscrivent dans le cadre du projet français **INOVE**. Ce projet a pour objectif de formuler des nouvelles méthodologies innovantes pour la modélisation, l'identification, l'observation et le contrôle des véhicules. Plusieurs partenaires sont également concernés dans ce projet :

- le laboratoire MIPS de l'université de Haute Alsace
- le CAOR des mines de Paris
- l'entreprise SOBEN

Dans le cadre de ce projet, la contribution de cette thèse repose sur l'aspect modélisation, observation et contrôle du véhicule. Un simulateur de la dynamique d'un véhicule a été mis en œuvre et sa validation pratique a été effectuée sur le **Renault Megane** du laboratoire MIPS.

Concernant la détection de défauts, on retrouve dans la littérature beaucoup de travaux premièrement adaptés pour les systèmes LTI. Les méthodes les plus significatives sont celles à base de modèles comme les méthodes à base de redondance analytique comme l'espace de parité introduit dans [Chow 1984] et bien rappelé dans [Gertler 1998]. La méthodologie de l'espace de parité est particulièrement intéressante d'un point de vue implémentation. En effet, l'implémentation du détecteur de défaut est très simple. Il opère sous la forme d'une équation aux différences ne nécessitant que quelques additions et multiplications. Les travaux présentés dans cette thèse s'inspirent grandement de la méthodologie de cette approche, en proposant de nouvelles approches pour les systèmes LPV.

Dans la littérature, on retrouve également d'autres approches pour la détection de défauts. Par exemple, des méthodes statistiques et géométriques proposées dans [Basseville 1993, Fang 1994, Cao 2004, Balas 2003] ainsi que des approches basées sur observateur comme dans [Ding 2008, Chen 1999, Simani 2002].

Les véhicules automobiles sont généralement modélisés par des systèmes LPV [Mammar 2002, Ackermann 1997, Poussot-Vassal 2008]. Les systèmes LPV, introduit dans [Apkarian 1995], permettent en effet de prendre en compte les complexités telles que les non-linéarités d'un organe du véhicule. Le développement des méthodes LPV s'est premièrement consacré sur la synthèse de contrôleurs. Cependant, on constate l'adaptation d'approches LPV pour le diagnostic comme présenté dans [Balas 2002, Balas 2003, Bokor 2005, Wang 2006, Grenaille 2008, Grenaille 2007].

Malgré ces résultats, peu présentent des validations expérimentales sur des véhicules. De plus, ces méthodes efficace reposent sur des méthodologies relativement lourdes et surtout très difficilement implémentables.

## I.2 Structure

La problématique de cette thèse repose ainsi sur la synthèse de détecteurs de défauts pour la dynamique du véhicule, en proposant des solutions robustes et souple d'implémentation.

La structure de cette thèse est la suivante :

**Chapitre II :** Ce chapitre a pour objectif de rappeler les notions de bases de l'automatique ainsi que les éléments nécessaires pour la compréhension de cette thèse. Premièrement, les modélisations non linéaires, linéaires et LPV sont présentées. La synthèse de contrôleurs robuste  $\mathcal{H}_\infty$  est de même introduite pour les systèmes LTI et LPV. Finalement, quelques outils de détection de défauts sont présentés comme méthodologies de bases pour la suite de l'ouvrage.

**Chapitre III :** Ce chapitre est consacré à la modélisation d'un véhicule automobile. Plusieurs modèles sont alors proposés : modèle vertical, longitudinal, latéral. Certains organes d'intérêt sont alors considérés comme les suspensions semi-actives. Finalement, le modèle complet du véhicule est présenté, lequel a fait l'objet de validations expérimentales dans le cadre de collaborations avec le laboratoire MIPS.

**Chapitre IV :** Ce chapitre présente la contribution théorique principale de l'ouvrage. En effet, de nouvelles méthodologies de détection de défaut pour les systèmes LPV et incertains sont introduites. Tout d'abord, une synthèse de détecteur de défauts pour systèmes incertains est proposée. Ensuite, une extension directe de l'espace de parité est proposée afin de synthétiser un détecteur de défauts pour les systèmes LPV. La combinaison de cette dernière approche avec l'approche incertaine permet de synthétiser un détecteur de défauts pour des systèmes incertains, LPV et à entrées inconnues.

Les deux derniers chapitres concernent les applications des différentes méthodologies présentées.

**Chapitre V :** Ce chapitre présente les applications des méthodologies de détection de défauts pour la dynamique latérale du véhicule avec validations expérimentales. Premièrement, une approche de commande et de détection de défauts sur l'actionneur de direction est présentée. Puis la détection de défaut du capteur gyrométrique du véhicule est présentée. Différentes méthodes présentées sont alors comparées permettant de mettre en avant la méthodologie prenant en compte la robustesse dans la synthèse. Finalement, l'extension de la détection de défauts à la détection de situations critiques est proposée. Des validations expérimentales où le véhicule a perdu sa stabilité montrent que cette approche peut être utilisée comme indicateur de situations critiques ou pour déclencher un organe de sécurité du type ESP.

**Chapitre VI :** Ce chapitre se concentre sur les applications concernant la dynamique verticale du véhicule. Premièrement, une étude des différents types de suspension pour en détecter un défaut est effectuée. Par la suite, deux structures de commande tolérantes aux défauts sont introduites. La première concerne une commande compensatrice directe. La seconde structure propose de compenser un défaut sur une suspension semi-active en utilisant les efforts des 3 autres suspensions. Ce chapitre présente simplement les applications des méthodologies de détection de défaut validées sur CarSim.

## I.3 Contributions et publications

### I.3.1 Chapitre de livre

- CH1** John-Jairo Martinez-Molina and Sébastien Varrier, *Chapter 10 : Multisensor Fault-Tolerant Automotive Control : Application to Vehicle Dynamics, Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*, Springer, O.Sename and P. Gáspár and J. Bokor, 2013, ISBN : 978-3-642-36109-8 [[Martinez-Molina 2013](#)]

### I.3.2 Articles de journaux

- J1** Sébastien Varrier, Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Robust fault detection for Uncertain Unknown Inputs LPV system*, **Control Engineering Practice**, Elsevier, 2014 [[Varrier 2014](#)]
- J2** Damien Koenig, Sébastien Varrier and Benoît Marx, *Filtering and fault estimation of nonlinear switched descriptor systems*, Soumis à **Transactions on Automatic Control**, 2013 [[Koenig 2013](#)]
- J3** Juan C. Tudón-Martínez, Sébastien Varrier and Jorge de-J. Lozoya-Santos and Ruben Morales-Menendez, *Control Tolerante a Fallas en una Suspensión Automotriz Semi-activa*, Soumis à **IEEE Latin America Transactions**, 2013 [[Tudón-Martínez 2013](#)]
- J4** Sébastien Varrier and Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*, **Journal Européen des Systèmes Automatisés**, 2013 [[Varrier 2013c](#)]

### I.3.3 Articles de conférence internationales

- C1** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *A parity space-based fault detection on LPV systems : Approach for vehicle lateral dynamics control system*. 8th IFAC Symposium Safeprocess, México, 8 :1191–1196, 2012. México, México city. [[Varrier 2012b](#)]
- C2** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Robust fault detection for vehicle lateral dynamics*. Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, pp. 4366–4371, 2012. USA, Hawaii, Maui. [[Varrier 2012f](#)]
- C3** Sébastien Varrier, Németh Balázs, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Peter Gáspár. *Robust suspension fault detection*. Proceedings of the 20th VSDIA, 2012. Hungary, Budapest. [[Varrier 2012a](#)]
- C4** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Integrated fault estimation and fault tolerant control design for LPV systems*. 5th IFAC SSSC, 5, pp. 689–694, 2013. France, Grenoble. [[Varrier 2013d](#)]
- C5** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Olivier Sename. *Fault tolerant*

- control of a semi-active suspension system based on robust fault detection.* 10th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, 2013. [Martínez 2013b]
- C6** Sébastien Varrier, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Diana Hernandez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menéndez. *Fault detection in automotive semi-active suspension : Experimental results.* Proceedings of the SAE 2013 World Congress, 2013. USA, Michigan, Detroit. [Varrier 2013a]
- C7** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Ricardo A. Ramírez-Mendoza. *Suspension control strategy for a fully electrified vehicle.* Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Martínez 2013d]
- C8** Sébastien Varrier, Carlos Vivas-Lopez, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menendez. *Applicative fault tolerant control for semi-active suspension system : Preliminary results.* Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Varrier 2013e]
- C9** Juan Carlos Tudón Martínez, Soheib Fergani, Sébastien Varrier Olivier Sename, Luc Dugard, Ruben Morales-Menendez, Ricardo Ramírez-Mendoza. *Road adaptive semi-active suspension in a pick-up truck using an lpv controller.* Proceedings of the 7th Ifac Symposium on Advances in Automotive Control, 2013. [Martínez 2013a]
- C10** Luc Dugard, Sébastien Varrier, Juan-C. Tudón-Martínez, Widya Nila Velayati, John-Jairo Martinez, Damien Koenig, Olivier Sename. *Detection of critical situations for vehicle longitudinal dynamics.* 17th international conference on vehicle dynamics, 2013. France, Mulhouse. [Dugard 2013]
- C11** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Olivier Sename, Ruben Morales-Menendez, John-Jairo Martinez, Luc Dugard *Fault Tolerant Strategy for Semi-active Suspensions with LPV Accommodation*, **2nd International Conference on Control and Fault Tolerant Systems**, 2013. [Martínez 2013c]

### I.3.4 Articles de conférence nationales

- N1** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de défauts sur systèmes incertains par approche espace de parité.* 7eme Conférence Internationale Francophone d'Automatique, 2012. France, Grenoble. [Varrier 2012d]
- N2** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de situation critique d'un véhicule automobile.* 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 2013. France, Strasbourg. [Varrier 2013b]



# Bases théoriques

## Sommaire

<b>II.1 Introduction</b>	<b>7</b>
<b>II.2 Systèmes dynamiques</b>	<b>8</b>
II.2.1 Introduction et modèles non linéaires	8
II.2.2 Systèmes linéaires LTI	9
<b>II.3 Systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV)</b>	<b>12</b>
II.3.1 Présentation	12
II.3.2 Système LPV polytopique	13
II.3.3 Discrétisation des systèmes LPV	14
<b>II.4 Synthèse de contrôleurs <math>\mathcal{H}_\infty</math></b>	<b>15</b>
II.4.1 Principe et objectifs de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$	15
II.4.2 Synthèse de contrôleur pour systèmes LTI	18
II.4.3 Synthèse de contrôleur pour systèmes LPV	20
II.4.4 Adaptation à la synthèse de détecteur de défauts	24
<b>II.5 Observateurs et synthèse de résidus</b>	<b>25</b>
II.5.1 Observateur : résidu et estimation de défauts	26
II.5.2 Structure de bancs d'observateurs	28
<b>II.6 Détection de défauts par espace de parité</b>	<b>31</b>
II.6.1 Espace de parité pour les systèmes dynamiques	31
II.6.2 Estimation de défauts	34
II.6.3 Détection de défauts pour systèmes à entrées inconnues	35
<b>II.7 Conclusion</b>	<b>36</b>

## II.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de rappeler au lecteur les bases théoriques afin de bien appréhender la suite de l'ouvrage. Il sert de support théorique pour le lecteur non familier avec les différents outils introduits.

Tout d'abord, la modélisation des systèmes dynamiques est présentée. Premièrement, la modélisation des systèmes non-linéaires est brièvement présentée afin de se concentrer sur les systèmes linéaires. Les notions de bases concernant les modèles linéaires sont rappelées telles que l'observabilité, commandabilité et quelques propriétés utiles pour la compréhension de certains chapitres.



Les systèmes linéaires à paramètres variants, telle une réécriture des systèmes non-linéaires sous forme linéaire sont ensuite introduits. Ces systèmes offrent l'avantage de pouvoir adapter quelques propriétés des systèmes linéaires, et facilite ainsi l'observation d'un système ou son contrôle.

Par la suite, la synthèse de contrôleurs par la méthode  $\mathcal{H}_\infty$  est rappelée. Les démarches méthodologiques de synthèse sont proposées et les théorèmes principaux sont rappelés pour les systèmes LTI. L'extension aux systèmes LPV est ensuite proposée avec une variante pour les systèmes LPV polytopiques. Puis l'adaptation de la structure de contrôle  $\mathcal{H}_\infty$  afin de détecter un défaut est présentée.

Finalement, l'observation des systèmes et la détection de défauts est proposée. Différentes méthodes de synthèse de résidus basées sur des observateurs du système puis sur la méthode de l'espace de parité sont formulées. Le cas spécial du découplage d'entrées inconnues est alors étudié.

## II.2 Systèmes dynamiques

### II.2.1 Introduction et modèles non linéaires

Les modèles permettent de représenter un système physique. Les systèmes physiques respectent le critère de causalité, c'est-à-dire que leur évolution dépend des événements passés ou présents.

Il existe principalement deux types de modélisation illustrés sur la figure II.1 :

- modèle continu : le système est modélisé par des équations différentielles. Cette représentation est a priori la représentation la plus naturelle car continue.
- modèle discret : le système est alors modélisé par des équations aux différences. Cette modélisation approchée est nécessaire pour représenter les outils informatiques tels que les contrôleurs numériques.

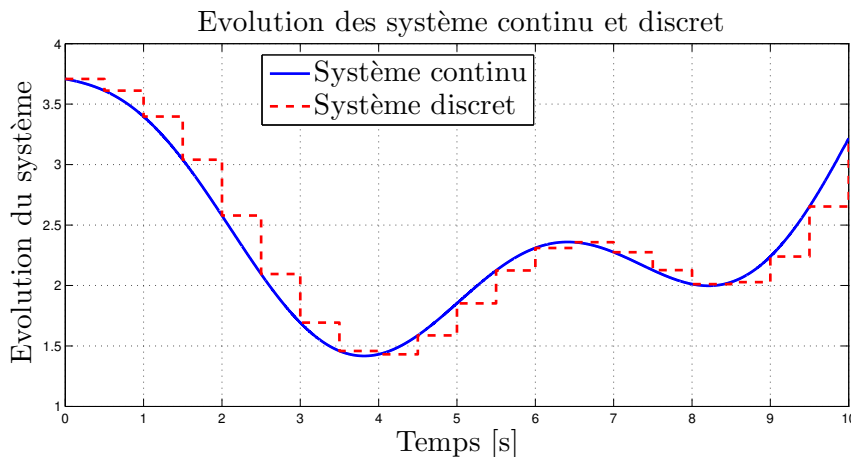


FIGURE II.1 – Comparaison de l'évolution d'un système continu et discret

Les modèles les plus génériques sont les modèles non-linéaires, qui sont issus des équations de la physique.

**Définition II.1 (*Système non-linéaire à temps continu*)**

Un système non-linéaire à temps continu est défini par les fonctions non-linéaires  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \mapsto \mathbb{R}^n$  et  $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \mapsto \mathbb{R}^m$  :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (\text{II.1a})$$

$$y(t) = g(x(t), u(t)) \quad (\text{II.1b})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

**Définition II.2 (*Système non-linéaire à temps discret*)**

Un système linéaire à temps discret est défini par les fonctions non-linéaires  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \mapsto \mathbb{R}^n$  et  $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \mapsto \mathbb{R}^m$  :

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (\text{II.2a})$$

$$y(k) = g(x(k), u(k)) \quad (\text{II.2b})$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

Le principal intérêt des systèmes non-linéaires est de proposer une représentation proche du système physique réel. Cependant, les analyses de ces systèmes restent complexes et le manque d'automatismes mathématiques laissent ces modèles lourds à développer.

En contre partie, les systèmes linéaires définis en section II.2.2 possèdent de nombreux outils d'analyse et de synthèse. Bien que leur modélisation soit moins fidèle, ils peuvent être utilisés afin de représenter le système autour d'un point de fonctionnement.

Cependant, les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) présentés en section II.3 ont permis de garder la fidélité des systèmes non-linéaires tout en utilisant certains outils de la dynamique linéaire.

## II.2.2 Systèmes linéaires LTI

Un système linéaire dynamiques à temps invariant (LTI) représente l'évolution du système en fonction du temps via des équations différentielles linéaires (dans le cas continu) ou des équations aux différences (dans le cas discret).

**Définition II.3 (*Système linéaire LTI à temps continu*)**

Un système linéaire à temps continu est défini via des matrices  $A_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,

$B_c \in \mathbb{R}^{n \times l}$ ,  $C_c \in \mathbb{R}^{m \times n}$  et  $D_c \in \mathbb{R}^{m \times l}$  par :

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (\text{II.3a})$$

$$y(t) = C_c x(t) + D_c u(t) \quad (\text{II.3b})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

La matrice de transfert  $G_c$  correspondante est donnée par :

$$G_c(s) = D + C (s\mathbb{I}_n - A)^{-1} B \quad (\text{II.4})$$

#### Définition II.4 (*Système linéaire LTI à temps discret*)

Un système linéaire à temps discret est défini via des matrices  $A_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_d \in \mathbb{R}^{n \times l}$ ,  $C_d \in \mathbb{R}^{m \times n}$  et  $D_d \in \mathbb{R}^{m \times l}$  par :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (\text{II.5a})$$

$$y(k) = C_d x(k) + D_d u(k) \quad (\text{II.5b})$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

La matrice de transfert  $G_d$  correspondante est donnée par :

$$G_d(z) = D + C (z\mathbb{I}_n - A)^{-1} B \quad (\text{II.6})$$

Les systèmes linéaires sont très utilisés car il existe de nombreux outils d'analyse et de synthèse comme l'analyse de la stabilité, la contrôlabilité, l'observabilité, la robustesse et la synthèse de contrôleurs dans le but de garantir des performances au système.

Cependant, les systèmes linéaires représentent souvent des modèles valides autour d'un point de fonctionnement. Ainsi, l'analyse et la synthèse ne sont valides que dans la zone considérée.

#### II.2.2.a Observabilité et commandabilité des systèmes linéaires

**Observabilité des systèmes :** Un système linéaire à temps continu (resp. discret) est dit observable si l'observation de ses entrées et de ses sorties sur l'intervalle de temps  $[t_i \ t_f]$  (resp.  $[k_i \ k_f]$ ) permet d'en déterminer l'état initial du système  $x(t_i)$  (resp.  $x(k_i)$ ). Ainsi, par intégration (resp. itération) de l'équation d'état (II.3a) (resp. (II.5a)), il est possible de connaître l'état  $x(t)$  (resp.  $x(k)$ ) à tout instant.

La condition nécessaire et suffisante d'observabilité est appelé le Critère de Kalman pour l'observabilité :

**Théorème II.1 (Critère de Kalman pour l'observabilité)**

Le système dynamique (II.3) (resp. (II.5)) est observable si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C_i \\ C_i A_i \\ \vdots \\ C_i A_i^{n-1} \end{pmatrix} = n, \quad i = \{c, d\} \quad (\text{II.7})$$

La matrice  $\Omega \triangleq \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A_i \\ \vdots \\ C_i A_i^{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n \times m) \times n}$  est communément appelée matrice

d'observabilité du système.

**Commandabilité des systèmes :** Un système linéaire à temps continu (resp. discret) est dit commandable si pour tout intervalle de temps  $[t_i \ t_f]$  (resp.  $[k_i \ k_f]$ ), il existe une commande  $u$  appliquée sur l'intervalle considéré au système permettant d'atteindre un état désiré  $x_f : x(t_f) = x_f$  (resp.  $x(k_f) = x_f$ ) à partir de l'état initial  $x_i : x(t_i) = x_i$  (resp.  $x(k_i) = x_i$ ).

La condition nécessaire et suffisante de commandabilité est appelé le Critère de Kalman pour la commandabilité :

**Théorème II.2 (Critère de Kalman pour la commandabilité)**

Le système dynamique (II.3) (resp. (II.5)) est commandable si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} B_i & A_i B_i & \cdots & A_i^{n-1} B_i \end{bmatrix} = n, \quad i = \{c, d\} \quad (\text{II.8})$$

La matrice  $\Gamma \triangleq \begin{bmatrix} B_i & A_i B_i & \cdots & A_i^{n-1} B_i \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times (l \times n)}$  est communément appelée matrice de commandabilité du système.

**II.2.2.b Polynôme caractéristique et théorème de Cayley-Hamilton****Définition II.5**

Soit une matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Le polynôme caractéristique de la matrice  $M$ , noté  $p_A(X)$ , est le polynôme défini par :

$$p_A(X) \triangleq \det(X\mathbb{I}_n - A) \quad (\text{II.9})$$

Le théorème de Cayley-Hamilton affirme que tout endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie sur un corps commutatif quelconque annule son propre polynôme caractéristique.

**Théorème II.3 (Théorème de Cayley-Hamilton)**

Pour toute matrice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , si

$$p_A(X) = \det(X\mathbb{I}_n - A) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0 \quad (\text{II.10})$$

est le polynôme caractéristique de la matrice  $A$ , alors en remplaçant la matrice

$X$  par  $A$  dans  $p_A(X)$  on obtient la matrice nulle :

$$p_A(A) = A^n + a_{n-1}A^{n-1} + \cdots + a_1A + a_0\mathbb{I}_n = \mathbb{O}_{n \times n} \quad (\text{II.11})$$

Le vecteur  $\Pi \triangleq [1 \ a_{n-1} \ \cdots \ a_1 \ a_0]$  est appelé vecteur du polynôme caractéristique de la matrice  $A$ .

## II.3 Systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV)

### II.3.1 Présentation

Les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) se présentent sous la forme de systèmes linéaires LTI où les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  dépendent de paramètres variants  $\rho$  de façon affine ou linéaire :

#### Définition II.6 (*Système LPV à temps continu*)

Un système LPV à temps continu est défini via des matrices  $A_c(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_c(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{n \times l}$ ,  $C_c(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  et  $D_c(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{m \times l}$  par :

$$\dot{x}(t) = A_c(\rho(t))x(t) + B_c(\rho(t))u(t) \quad (\text{II.12a})$$

$$y(t) = C_c(\rho(t))x(t) + D_c(\rho(t))u(t) \quad (\text{II.12b})$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

#### Définition II.7 (*Système LPV à temps discret*)

Un système LPV à temps discret est défini via des matrices  $A_d(\rho(k)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_d(\rho(k)) \in \mathbb{R}^{n \times l}$ ,  $C_d(\rho(k)) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  et  $D_d(\rho(k)) \in \mathbb{R}^{m \times l}$  par :

$$x(k+1) = A_d(\rho(k))x(k) + B_d(\rho(k))u(k) \quad (\text{II.13a})$$

$$y(k) = C_d(\rho(k))x(k) + D_d(\rho(k))u(k) \quad (\text{II.13b})$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(k) \in \mathbb{R}^l$  les entrées du système et  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  les sorties du système.

Le vecteur des paramètres variants  $\rho(\cdot) \triangleq \begin{bmatrix} \rho_1(\cdot) \\ \rho_2(\cdot) \\ \vdots \\ \rho_N(\cdot) \end{bmatrix}$  prend ses valeurs dans un

espace convexe  $\mathcal{P}_\rho$  où chaque paramètre variant est borné  $\rho_i \in [\underline{\rho}_i \ \bar{\rho}_i]$ .

Chaque paramètre variant  $\rho_i(\cdot)$  n'est pas connu a priori, mais est mesuré à chaque instant.

On distingue plusieurs classes de systèmes LPV :

- $\rho(\cdot) = \rho$ , une constante. Dans ce cas, le système est LTI.

- $\rho(\cdot) = \rho(t)$  ou  $\rho(k)$ . Le paramètre variant dépend du temps. Dans ce cas, le système est appelé système linéaire à temps variant (LTV).
- $\rho(\cdot) = \rho(x(t))$  ou  $\rho(x(k))$ . Le système dépend de l'état  $x(\cdot)$  du système. Le système est alors appelé système quasi-LPV noté système qLPV.

### II.3.2 Système LPV polytopique

*Afin de simplifier l'écriture des modèles, les systèmes polytopiques seront seulement présentés sous forme discrète.*

Un système LPV peut toujours se réécrire sous la forme de la combinaison convexe de systèmes LTI définis aux sommets du polytope englobant la variation des paramètres.

En effet, chaque paramètre variant étant borné  $\rho(k) \in [\underline{\rho}_i \ \bar{\rho}_i]$ , il est possible de définir la variation maximale des paramètres variants, qui est contenue dans un polytope  $\Theta$  défini grâce aux bornes des paramètres variants (figure II.2).

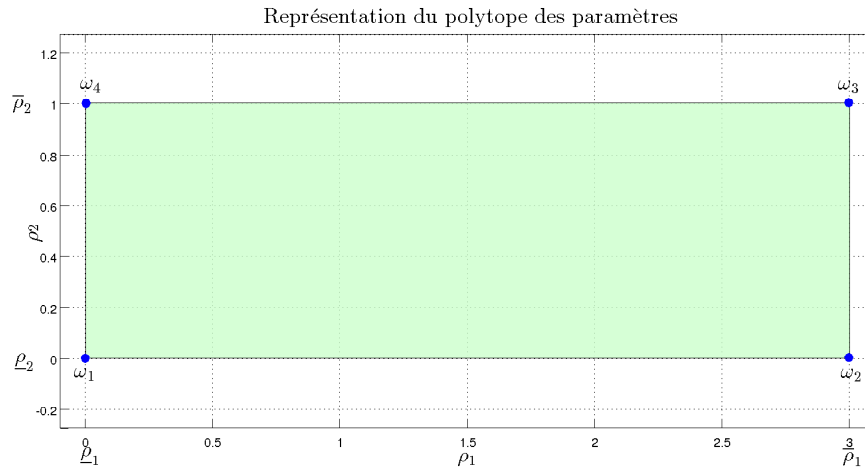


FIGURE II.2 – Illustration du polytope des paramètres variants

En effet, le système possédant  $N$  paramètres variants, le polytope sera alors constitué de  $2^N$  sommets. Chaque sommet  $\omega_i$  est alors défini à partir des bornes des paramètres variants. Sur la figure II.2, les sommets sont donnés par :

- $\omega_1 = \begin{bmatrix} \underline{\rho}_1 & \underline{\rho}_2 \end{bmatrix}$
- $\omega_2 = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_1 & \underline{\rho}_2 \end{bmatrix}$
- $\omega_3 = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_2 \end{bmatrix}$
- $\omega_4 = \begin{bmatrix} \underline{\rho}_1 & \bar{\rho}_2 \end{bmatrix}$

Enfin, le système polytopique s'écrit en fonction des systèmes LTI évalués aux sommets du polytope.

**Définition II.8 (*Système LPV polytopique*)**

Un système LPV polytopique est défini via les matrices  $A(\rho(k))$ ,  $B(\rho(k))$ ,  $C(\rho(k))$  et  $D(\rho(k))$  du système LPV classique ainsi que du polytope  $\Theta \triangleq \text{Co}\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{2^N}\}$  par la relation :

$$\begin{pmatrix} A(\rho(k)) & B(\rho(k)) \\ C(\rho(k)) & D(\rho(k)) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) \begin{pmatrix} A(\omega_i) & B(\omega_i) \\ C(\omega_i) & D(\omega_i) \end{pmatrix} \quad (\text{II.14a})$$

où  $\alpha_i$  est appelé coordonnées polytopiques, et vérifiant :

$$\rho(k) = \sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) \omega_i \quad (\text{II.14b})$$

$$\alpha_i(k) \geq 0 \quad (\text{II.14c})$$

$$\sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) = 1 \quad (\text{II.14d})$$

**II.3.3 Discrétisation des systèmes LPV**

Dans la littérature, il existe diverses méthodes afin de discrétiser les systèmes LPV. Dans [den Hof 2010], plusieurs méthodes sont présentées avec des évaluations des performances de chacune.

**Définition II.9 (*Discrétisation d'un système LPV*)**

La discrétisation exacte (ou complète) d'un système LPV continu (II.12) en un modèle LPV discret (II.13) à la période d'échantillonnage  $T_d$  est donnée par :

$$A_d(\rho_d(k)) = e^{A_c(\rho_c(kT_d))T_d} \quad (\text{II.15a})$$

$$B_d(\rho_d(k)) = A_c^{-1}(\rho_c(kT_d)) \left( e^{A_c(\rho_c(kT_d))T_d} - \mathbb{I}_n \right) B_c(\rho_c(kT_d)) T_d \quad (\text{II.15b})$$

$$C_d(\rho_d(k)) = C_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.15c})$$

$$D_d(\rho_d(k)) = D_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.15d})$$

Toute la difficulté de la méthodologie est la synthèse de l'exponentielle de matrice, en fonction des paramètres variants  $\rho$ .

A partir d'un système LPV affine, la plupart des méthodes proposées ne garantissent pas la linéarité du système LPV discrétisé. Seule la discrétisation rectangulaire la respecte.

En effet, la discrétisation rectangulaire (ou discrétisation d'Euler) suppose la simplification suivante :

$$e^{A_c(\rho_c(kT_d))T_d} \simeq \mathbb{I}_n + T_d A_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.16})$$

A l'aide de cette simplification, la linéarité des paramètres variants est préservée.

**Définition II.10 (*Discrétisation d'Euler d'un système LPV*)**

La discrétisation d'Euler d'un système LPV continu (II.12) en un modèle LPV discret (II.13) à la période d'échantillonnage  $T_d$  est donnée par :

$$A_d(\rho_d(k)) = \mathbb{I} + T_d A_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.17a})$$

$$B_d(\rho_d(k)) = T_d B_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.17b})$$

$$C_d(\rho_d(k)) = C_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.17c})$$

$$D_d(\rho_d(k)) = D_c(\rho_c(kT_d)) \quad (\text{II.17d})$$

## II.4 Synthèse de contrôleurs $\mathcal{H}_\infty$

### II.4.1 Principe et objectifs de la synthèse $\mathcal{H}_\infty$

L'objectif de la synthèse d'un contrôleur  $\mathcal{H}_\infty$  est de spécifier des pondérations fréquentielles à certaines variables d'intérêt du système, afin de garantir des performances et de la robustesse.

Le système en boucle fermée peut être représenté par le schéma bloc de la figure II.3. On retrouve la référence  $r$ , la commande  $u$  et la sortie  $y$  du système. Les signaux sont également affectés par des perturbations sur la commande  $d_u$  et sur les mesures  $d_y$ . Ces perturbations sont généralement considérées comme étant en basses fréquences. La mesure est également bruitée par le signal  $\eta$  qui lui est haute fréquence. La différence entre la référence et le signal mesuré est notée  $\varepsilon$ .

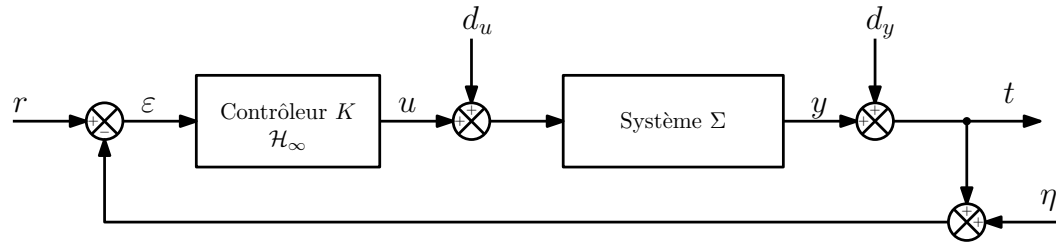


FIGURE II.3 – Schéma de l'interconnexion

D'après cette structure et en variable de Laplace, la mesure  $y(s)$  et la commande  $u(s)$  s'écrivent :

$$y(s) = (1 + G(s)K(s))^{-1} (G(s)K(s)r(s) + d_y(s) - G(s)K(s)\eta(s) + G(s)d_i(s)) \quad (\text{II.18a})$$



$$u(s) = (1 + G(s)K(s))^{-1} (K(s)r(s) - K(s)d_y(s) - K(s)\eta(s) - K(s)G(s)d_i(s)) \quad (\text{II.18b})$$

On définit alors les fonctions de sensibilité suivantes :

$$\mathcal{S}(s) \triangleq (1 + G(s)K(s))^{-1} \quad (\text{II.19a})$$

$$\mathcal{T}(s) \triangleq 1 - \mathcal{S}(s) = G(s)K(s)(1 + G(s)K(s))^{-1} \quad (\text{II.19b})$$

$$\mathcal{KS}(s) \triangleq K(s)(1 + G(s)K(s))^{-1} \quad (\text{II.19c})$$

$$\mathcal{SG}(s) \triangleq (1 + G(s)K(s))^{-1}G(s) \quad (\text{II.19d})$$

Les signaux mesure et commande de (II.18) s'écrivent alors :

$$y(s) = \mathcal{T}(s)r(s) + \mathcal{S}(s)d_y(s) - \mathcal{T}(s)\eta(s) + \mathcal{SG}(s)d_i(s) \quad (\text{II.20a})$$

$$u(s) = \mathcal{KS}(s)r(s) - \mathcal{KS}(s)d_y(s) - \mathcal{KS}(s)\eta(s) - \mathcal{T}(s)d_i(s) \quad (\text{II.20b})$$

Les 4 fonctions de sensibilité présentées en (II.19) représentent alors les transferts :

$$\mathcal{T}(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = -\frac{y(s)}{\eta(s)} = \frac{u(s)}{d_i(s)} \quad (\text{II.21a})$$

$$\mathcal{S}(s) = \frac{y(s)}{d_y(s)} = 1 - \mathcal{T}(s) = \frac{\varepsilon(s)}{r(s)} \quad (\text{II.21b})$$

$$\mathcal{KS}(s) = \frac{u(s)}{r(s)} = -\frac{u(s)}{d_y(s)} = -\frac{u(s)}{\eta(s)} \quad (\text{II.21c})$$

$$\mathcal{SG}(s) = \frac{y(s)}{d_i(s)} \quad (\text{II.21d})$$

De plus, la sensibilité  $\mathcal{S}(s)$  est également reliée à la marge de module du système en boucle fermée. En effet, la marge de module  $\Delta_M$  est la distance la plus courte sur le diagramme de Nyquist entre le point d'instabilité  $(-1, 0)$  et le transfert en boucle ouverte  $\mathcal{L}(s) \triangleq K(s)G(s)$  (voir figure II.4). Ainsi, la distance s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta_M &= \min_s (\| -1 - \mathcal{L}(s) \|) \\ &= \min_s (\| 1 + \mathcal{L}(s) \|) \\ &= \min_s (\| \mathcal{S}(s)^{-1} \|) \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

d'où

$$\|\mathcal{S}\|_\infty = \frac{1}{\Delta_M} \quad (\text{II.23})$$

L'objectif de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  est de pouvoir spécifier à chaque fonction de sensibilité (II.19) une forme fréquentielle garantissant des performances.

Prenons un exemple : lorsque l'on souhaite contrôler un système, on requiert un bon suivi de référence. Il s'en suit que la fonction de sensibilité  $\mathcal{S}(s)$  doit être très atténuée en basse fréquence.

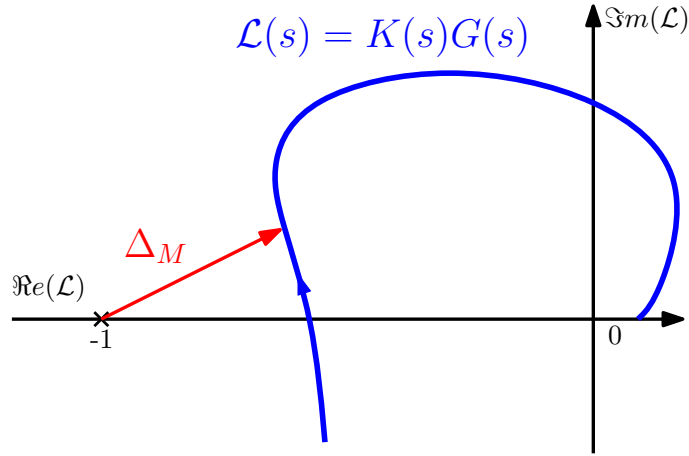


FIGURE II.4 – Illustration de la marge de module

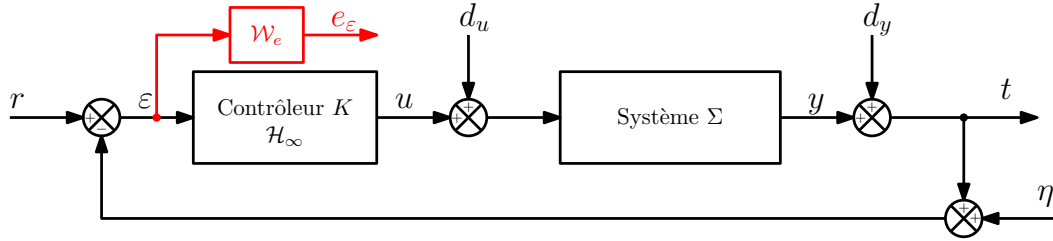


FIGURE II.5 – Schéma de l'interconnexion avec un filtre de spécification

Afin de satisfaire cette spécification, on impose au système illustré en II.3 la spécification fréquentielle (figure II.5) via le filtre  $\mathcal{W}_e$ .

L'erreur de poursuite  $e_\varepsilon$  est alors notre variable d'intérêt. L'objectif de la procédure est de garantir que la forme fréquentielle de  $\mathcal{S}(s)$  sera bien en dessous de la spécification  $\mathcal{W}_e(s)$ . Ceci se traduit par l'inégalité :

$$|\mathcal{S}(s)| \leq \left| \frac{1}{\mathcal{W}_e(s)} \right| \quad \forall s \quad (\text{II.24})$$

équivalente à :

$$\|\mathcal{W}_e(s)\mathcal{S}(s)\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.25})$$

Pour une synthèse plus générale, on ajoute également l'action d'autres filtres sur les autres fonctions de sensibilité. On obtient alors le problème suivant :

$$\left\| \begin{array}{cc} \mathcal{W}_e(s)\mathcal{S}(s) & \mathcal{W}_T(s)\mathcal{T}(s) \\ \mathcal{W}_u(s)\mathcal{K}\mathcal{S}(s) & \mathcal{W}_{SG}(s)\mathcal{S}\mathcal{G}(s) \end{array} \right\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.26})$$

Cependant, pour les problèmes de commande, seules les sensibilités  $\mathcal{S}(s)$  et  $\mathcal{K}\mathcal{S}(s)$  sont étudiées car elles permettent de définir les performances en boucle fermée et de limiter l'action du contrôleur  $u$ . On obtient le problème de sensibilité

suivant (II.27) et illustré en II.6.

$$\left\| \begin{array}{c} \mathcal{W}_e(s)\mathcal{S}(s) \\ \mathcal{W}_u(s)\mathcal{K}\mathcal{S}(s) \end{array} \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{II.27})$$

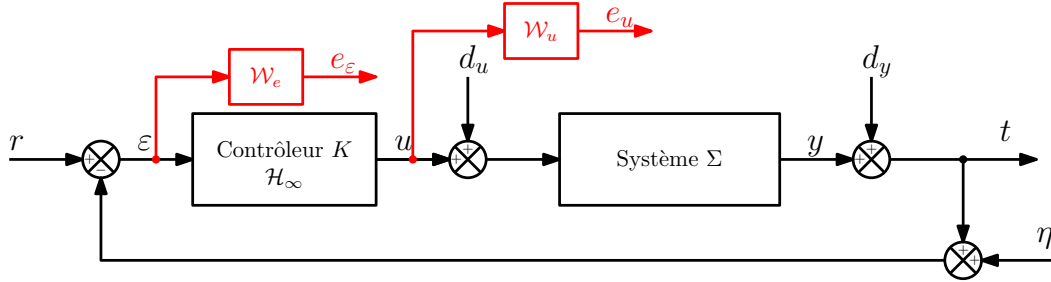


FIGURE II.6 – Schéma de l'interconnexion généralement utilisé pour la synthèse de contrôleurs

#### II.4.2 Synthèse de contrôleur pour systèmes LTI

Afin de synthétiser le contrôleur  $K$ , le système en figure II.5 est réécrit sous la forme du problème  $\mathcal{H}_{\infty}$  standard  $P$  illustré en figure II.7. La forme standard d'un

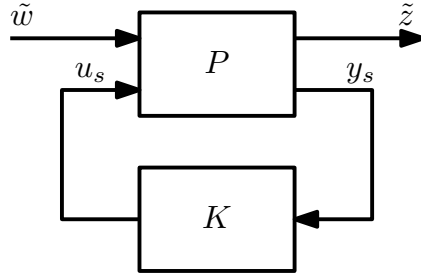


FIGURE II.7 – Problème sous forme standard

système est très facile à obtenir. Les entrées  $w$  du système sont appelées entrées exogènes et  $z$  les sorties exogènes. En lien avec la figure II.6, le vecteur des entrées exogènes  $w$  est donné par  $\tilde{w} = [r \ d_u \ d_y]^T$ , et la sortie  $\tilde{z} = [\varepsilon \ u]^T$ . L'interconnexion entre le problème standard  $P$  et le contrôleur  $K$  se fait via la sortie  $y_s = \varepsilon$  et l'entrée  $u_s = u$ .

Ce système sous forme standard est ensuite augmenté / étendu avec les spécifications fréquentielles, via l'agrégation de filtres  $\mathcal{W}_I$  et  $\mathcal{W}_O$  comme illustré en II.8. Les filtres  $\mathcal{W}_I$  et  $\mathcal{W}_O$  permettent de spécifier les objectifs fréquentiels du système en boucle fermée. En lien avec l'exemple précédent, les filtres sont définis par  $\mathcal{W}_I = \mathbb{I}$  et  $\mathcal{W}_O = \text{diag}(\mathcal{W}_e, \mathcal{W}_u)$ .

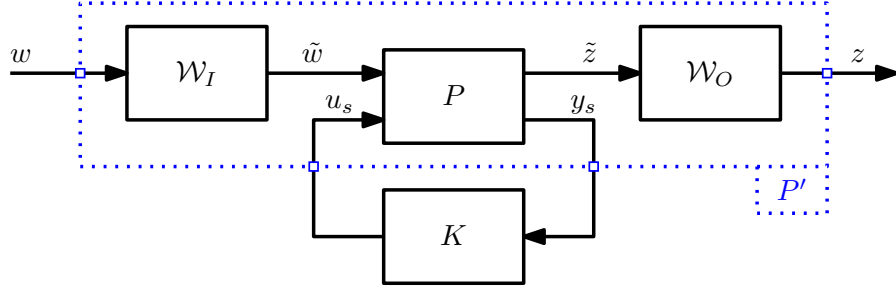


FIGURE II.8 – Problème sous forme standard étendue

Le problème sous forme standard étendu  $P'$  s'écrit alors sous la forme d'une représentation d'état :

$$\dot{x}_P(t) = A_P x_P(t) + B_1 w(t) + B_u u_s(t) \quad (\text{II.28a})$$

$$z(t) = C_1 x_P(t) + D_{11} w(t) + D_{u1} u_s(t) \quad (\text{II.28b})$$

$$y_s(t) = C_2 x_P(t) + D_{21} w(t) + D_{u2} u_s(t) \quad (\text{II.28c})$$

et où le contrôleur  $K$  s'écrit :

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c y_s(t) \quad (\text{II.29a})$$

$$u_s(t) = C_c x_c(t) + D_c y_s(t) \quad (\text{II.29b})$$

#### **Théorème II.4 (Synthèse $\mathcal{H}_\infty$ [Scherer 1997])**

Sous les hypothèses :

1. Les paires  $(A, B_1)$  et  $(A, B_u)$  sont stabilisables.
2. Les paires  $(C_1, A)$  et  $(C_u, A)$  sont détectables.
3. La sortie  $y_s$  est indépendante de  $u_s$

le contrôleur présenté en (II.29) assure :

- la stabilité quadratique de la boucle fermée
- la norme  $\mathcal{L}_2$  induite entre  $w$  et  $z$  est bornée par  $\gamma$ , i.e.  $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$

si et seulement si il existe  $\gamma > 0$  et les matrices  $X, Y, \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$  et  $\tilde{D}$  satisfaisant les inégalités matricielles linéaires (LMIs) suivantes tout en minimisant  $\gamma$  :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & (\cdot)^T & (\cdot)^T & (\cdot)^T \\ M_{21} & M_{22} & (\cdot)^T & (\cdot)^T \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & (\cdot)^T \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (\text{II.30a})$$

$$\begin{bmatrix} X & \mathbb{I}_n \\ \mathbb{I}_n & Y \end{bmatrix} \prec 0 \quad (\text{II.30b})$$

avec

$$M_{11} = A_P X + X A_P^T + B_u \tilde{C} + \tilde{C}^T B_u^T \quad (\text{II.30c})$$

$$M_{21} = \tilde{A} + A_P^T + C_2^T \tilde{D}^T B_u^T \quad (\text{II.30d})$$

$$M_{22} = Y A_P + A_P^T Y + \tilde{B} C_2 + C_2^T \tilde{B}^T \quad (\text{II.30e})$$

$$M_{31} = B_1^T + D_{21}^T \tilde{D}^T B_2^T \quad (\text{II.30f})$$

$$M_{32} = B_1^T Y + D_{21}^T \tilde{B}^T \quad (\text{II.30g})$$

$$M_{33} = -\gamma \mathbb{I}_l \quad (\text{II.30h})$$

$$M_{41} = C_1 X + D_{u1} \tilde{C} \quad (\text{II.30i})$$

$$M_{42} = C_1 + D_{u1} \tilde{D} C_2 \quad (\text{II.30j})$$

$$M_{43} = D_{11} + D_{u1} \tilde{D} D_{21} \quad (\text{II.30k})$$

$$M_{44} = -\gamma \mathbb{I}_{n_y} \quad (\text{II.30l})$$

Finalement, le contrôleur [II.29](#) est reconstruit de la manière suivante :

$$D_c = \tilde{D} \quad (\text{II.31a})$$

$$C_c = \left( \tilde{C} - D_c C_2 X \right) M^{-1} \quad (\text{II.31b})$$

$$B_c = N^{-1} \left( \tilde{B} - Y B_u D_c \right) \quad (\text{II.31c})$$

$$A_c = N^{-1} \left( \tilde{A} - Y A_P X - Y B_u D_c C_2 X - N B_u C_c X - Y B_2 C_c M^T \right) M^{-1} \quad (\text{II.31d})$$

où les matrices  $M$  et  $N$  sont déduites d'une décomposition en valeur singulières à partir de l'équation :

$$M N^T = \mathbb{I}_n - X Y \quad (\text{II.31e})$$

### II.4.3 Synthèse de contrôleur pour systèmes LPV

Pour les systèmes LPV, la méthodologie est la même que celle pour les systèmes LTI, sauf que les LMIs [II.30](#) et [II.31](#) dépendent des paramètres variants.

#### II.4.3.a Principe de la synthèse

Le système LPV [II.12](#) se réécrit sous la forme standard suivante :

$$\dot{x}_P = A_P(\rho) x_P + B_1(\rho) w + B_u(\rho) u_s \quad (\text{II.32a})$$

$$z = C_1(\rho) x_P + D_{11}(\rho) w + D_{u1}(\rho) u_s \quad (\text{II.32b})$$

$$y_s = C_2(\rho) x_P + D_{21}(\rho) w + D_{u2}(\rho) u_s \quad (\text{II.32c})$$

Le contrôleur  $\mathcal{H}_\infty$  LPV  $K(\rho)$  s'écrit :

$$\dot{x}_c = A_c(\rho)x_c + B_c(\rho)y_s \quad (\text{II.33a})$$

$$u_s = C_c(\rho)x_c D_c(\rho)y_s \quad (\text{II.33b})$$

et s'obtient grâce au théorème suivant

**Théorème II.5 (Synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ -LPV [Scherer 1997])**

Sous les hypothèses :

1. Les paires  $(A(\rho), B_1(\rho))$  et  $(A(\rho), B_u(\rho))$  sont stabilisables.
2. Les paires  $(C_1(\rho), A(\rho))$  et  $(C_u(\rho), A(\rho))$  sont détectables.
3. La sortie  $y_s$  est indépendante de  $u_s$

le contrôleur présenté en (II.33) assure :

- la stabilité quadratique de la boucle fermée
- la norme  $\mathcal{L}_2$  induite entre  $w$  et  $z$  bornée par  $\gamma$ , i.e.  $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$

si et seulement si il existe  $\gamma > 0$  et les matrices  $X(\rho)$ ,  $Y(\rho)$ ,  $\tilde{A}(\rho)$ ,  $\tilde{B}(\rho)$ ,  $\tilde{C}(\rho)$  et  $\tilde{D}(\rho)$  satisfaisant les inégalités matricielles linéaires (LMIs) suivantes tout en minimisant  $\gamma$  :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & (\cdot)^T & (\cdot)^T & (\cdot)^T \\ M_{21} & M_{22} & (\cdot)^T & (\cdot)^T \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & (\cdot)^T \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (\text{II.34a})$$

$$\begin{bmatrix} X & \mathbb{I}_n \\ \mathbb{I}_n & Y \end{bmatrix} \prec 0 \quad (\text{II.34b})$$

avec

$$\begin{aligned} M_{11} &= A_P(\rho)X(\rho) + X(\rho)A_P^T(\rho) \\ &\quad + \frac{\partial X(\rho)}{\partial \rho} \dot{\rho} + B_u(\rho)\tilde{C}(\rho) + \tilde{C}^T(\rho)B_u^T(\rho) \end{aligned} \quad (\text{II.34c})$$

$$M_{21} = \tilde{A}(\rho) + A_P^T(\rho) + C_2^T(\rho)\tilde{D}^T(\rho)B_u^T(\rho) \quad (\text{II.34d})$$

$$\begin{aligned} M_{22} &= Y(\rho)A_P(\rho) + A_P^T(\rho)Y(\rho) \\ &\quad + \frac{\partial Y(\rho)}{\partial \rho} \dot{\rho} + \tilde{B}(\rho)C_2(\rho) + C_2^T(\rho)\tilde{B}^T(\rho) \end{aligned} \quad (\text{II.34e})$$

$$M_{31} = B_1^T(\rho) + D_{21}^T(\rho)\tilde{D}^T(\rho)B_2^T(\rho) \quad (\text{II.34f})$$

$$M_{32} = B_1^T(\rho)Y(\rho) + D_{21}^T(\rho)\tilde{B}^T(\rho) \quad (\text{II.34g})$$

$$M_{33} = -\gamma \mathbb{I}_l \quad (\text{II.34h})$$

$$M_{41} = C_1(\rho)X(\rho) + D_{u1}(\rho)\tilde{C}(\rho) \quad (\text{II.34i})$$

$$M_{42} = C_1(\rho) + D_{u1}(\rho)\tilde{D}(\rho)C_2(\rho) \quad (\text{II.34j})$$

$$M_{43} = D_{11}(\rho) + D_{u1}(\rho)\tilde{D}(\rho)D_{21}(\rho) \quad (\text{II.34k})$$

$$M_{44} = -\gamma \mathbb{I}_{n_y} \quad (\text{II.34l})$$

Finalement, le contrôleur II.33 est reconstruit de la manière suivante (dans l'hypothèse  $\frac{\partial X(\rho)}{\partial \rho} \dot{\rho}$ ) :

$$D_c(\rho) = \tilde{D}(\rho) \quad (\text{II.35a})$$

$$C_c(\rho) = \left( \tilde{C}(\rho) - D_c(\rho)C_2(\rho)X(\rho) \right) M(\rho)^{-1} \quad (\text{II.35b})$$

$$B_c(\rho) = N(\rho)^{-1} \left( \tilde{B}(\rho) - Y(\rho)B_u(\rho)D_c(\rho) \right) \quad (\text{II.35c})$$

$$A_c(\rho) = N(\rho)^{-1} \left( \tilde{A}(\rho) - Y(\rho)A_P(\rho)X(\rho) - Y(\rho)B_u(\rho)D_c(\rho)C_2(\rho)X(\rho) \right. \\ \left. - N(\rho)B_u(\rho)C_c(\rho)X(\rho) - Y(\rho)B_2(\rho)C_c(\rho)M^T(\rho) \right) M^{-1}(\rho) \quad (\text{II.35d})$$

où les matrices  $M(\rho)$  et  $N(\rho)$  sont déduites d'une décomposition en valeur singulières à partir de l'équation :

$$M(\rho)N(\rho)^T = \mathbb{I}_n - X(\rho)Y(\rho) \quad (\text{II.35e})$$

Cependant, cette solution implique de pouvoir résoudre une infinité de LMIs II.34 car dépendantes du paramètre variant  $\rho$ . Afin de palier cette difficulté, la modélisation polytopique est utilisée permettant de résoudre un nombre fini de LMIs.

#### II.4.3.b Synthèse de contrôleur pour systèmes LPV polytopiques

Afin de pouvoir résoudre ce problème, la synthèse polytopique est la plus couramment utilisée. En effet, elle permet de simplifier grandement les calculs.

Soit le système LPV mis sous forme standard :

$$\dot{x}_P = A_P(\rho)x_P + B_1(\rho)w + B_u(\rho)u_s \quad (\text{II.36a})$$

$$z = C_1(\rho)x_P + D_{11}(\rho)w + D_{u1}(\rho)u_s \quad (\text{II.36b})$$

$$y_s = C_2(\rho)x_P + D_{21}(\rho)w + D_{u2}(\rho)u_s \quad (\text{II.36c})$$

#### Hypothèses :

- Il ne doit pas avoir de transfert direct entre l'entrée et la sortie du système :

$$D_{u2} = 0 \quad (\text{II.37a})$$

- Les matrices d'entrée et de sortie doivent être indépendantes des paramètres variants :

$$B_u(\rho) = B_u \quad (\text{II.37b})$$

$$D_{u1}(\rho) = D_{12} \quad (\text{II.37c})$$

$$C_2(\rho) = C_2 \quad (\text{II.37d})$$

$$D_{21}(\rho) = D_{21} \quad (\text{II.37e})$$

La forme standard se réécrit alors :

$$\dot{x}_P = A_P(\rho)x_P + B_1(\rho)w + B_u u_s \quad (\text{II.38a})$$

$$z = C_1(\rho)x_P + D_{11}(\rho)w + D_{u1}u_s \quad (\text{II.38b})$$

$$y_s = C_2x_P + D_{21}w \quad (\text{II.38c})$$

Le système sous forme standard LPV II.38 est réécrit sous la forme polytopique II.14 :

$$\begin{pmatrix} A(\rho(k)) & B(\rho(k)) \\ C(\rho(k)) & D(\rho(k)) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) \begin{pmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{2^N} \alpha_i(k) \begin{pmatrix} A(\omega_i) & B(\omega_i) \\ C(\omega_i) & D(\omega_i) \end{pmatrix} \quad (\text{II.39})$$

A partir du système polytopique défini précédemment, le contrôleur polytopique est obtenu en synthétisant des contrôleurs locaux à chaque sommet du polytope. La stabilité globale du système est assurée en partageant une fonction de Lyapunov  $K(\rho)$  commune entre chaque contrôleur local et grâce à la convexité de l'enveloppe des paramètres variants.

#### II.4.3.c Synthèse de contrôleur pour systèmes LPV polytopiques discret

Soit le système LPV à temps discret (II.13) mis sous forme standard :

$$x_P(k+1) = A_P(\rho(k))x_P(k) + B_1(\rho(k))w(k) + B_u(\rho(k))u_s(k) \quad (\text{II.40a})$$

$$z(k) = C_1(\rho(k))x_P(k) + D_{11}(\rho(k))w(k) + D_{u1}(\rho(k))u_s(k) \quad (\text{II.40b})$$

$$y_s(k) = C_2(\rho(k))x_P(k) + D_{21}(\rho(k))w(k) + D_{u2}(\rho(k))u_s(k) \quad (\text{II.40c})$$

#### **Théorème II.6 (Synthèse $\mathcal{H}_\infty$ -LPV polytopique à temps discret [Apkarian 1995])**

Sous les hypothèses :

- (H1) Les paires  $(A(\rho(k)), B_1(\rho(k)))$  et  $(A(\rho), B_u(\rho(k)))$  sont stabilisables.
- (H2) Les paires  $(C_1(\rho(k)), A(\rho(k)))$  et  $(C_u(\rho(k)), A(\rho(k)))$  sont détectables.
- (H3) Les matrices  $B_u(\rho(k))$ ,  $C_2(\rho(k))$ ,  $D_{u1}(\rho(k))$  et  $D_{21}(\rho(k))$  sont indépendantes des paramètres variants.
- (H4) La sortie  $y_s(k)$  est indépendante de  $u_s(k)$ .

le contrôleur à temps discret (II.41) :

$$x_K(k+1) = A_K(\theta)x_K(k) + B_K(\theta)y_s(k) \quad (\text{II.41})$$

$$u(k) = C_K(\theta)x_K(k) + D_K(\theta)y_s(k) \quad (\text{II.42})$$

assure :

- la stabilité quadratique de la boucle fermée



- la norme  $\mathcal{L}_2$  induite entre  $w$  et  $z$  bornée par  $\gamma$ , i.e.  $\|z\|_2 \leq \gamma\|w\|_2$

si il existe  $\gamma$  et deux matrices symétriques  $(R, S)$  satisfaisant les  $2r + 1$  LMIs (II.43a), (II.43b) et (II.43c), où  $r$  représente le nombre de sommets définissant le polytope de paramètres :

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathcal{N}_R & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{I} \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{cc|c} A_i R A_i^T - R & A_i R C_{1i}^T & B_{1i} \\ C_{1i} R A_i^T & -\gamma \mathbb{I} + C_{1i} R C_{1i}^T & D_{11i} \\ \hline B_{1i}^T & D_{11i}^T & -\gamma \mathbb{I} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \mathcal{N}_R & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{I} \end{array} \right] \quad (\text{II.43a})$$

$$\prec 0, i = 1 : r$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathcal{N}_S & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{I} \end{array} \right]^T \left[ \begin{array}{cc|c} A_i^T S A_i - S & A_i^T S B_{1i} & C_{1i}^T \\ B_{1i}^T S A_i & -\gamma \mathbb{I} + B_{1i}^T S B_{1i} & D_{11i}^T \\ \hline C_{1i} & D_{11i} & -\gamma \mathbb{I} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} \mathcal{N}_S & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{I} \end{array} \right] \quad (\text{II.43b})$$

$$\prec 0, i = 1 : r$$

$$\begin{bmatrix} R & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & S \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (\text{II.43c})$$

où les  $A_i$ ,  $B_{1i}$ ,  $C_{1i}$  et  $D_{11i}$  sont respectivement  $A(\theta)$ ,  $B_1(\theta)$ ,  $C_1(\theta)$  et  $D_{11}(\theta)$  évalués au  $i^{ieme}$  sommet du polytope des paramètres.  $\mathcal{N}_R$  et  $\mathcal{N}_S$  représentent la base des espaces nuls de  $(B_2^T, D_{12}^T)$  et  $(C_2, D_{21})$  respectivement.

#### II.4.4 Adaptation à la synthèse de détecteur de défauts

Cette section présente une méthode de génération de résidu par une synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . La méthodologie rappelée dans la section II.4.3 permet de synthétiser un contrôleur  $\mathcal{H}_\infty$ . Il est cependant possible d'adapter la méthode afin de synthétiser un filtre détecteur de défauts.

Le schéma bloc de l'estimateur est présenté sur la figure II.9. Sur ce schéma, on retrouve un filtre  $K_{est}$  qui correspond au "contrôleur classique" dans le cadre d'une synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ . La sortie d'intérêt est maintenant l'erreur d'estimation  $\tilde{f}$  définie par :

$$\tilde{f} \triangleq f - \hat{f} \quad (\text{II.44})$$

étant la différence entre le défaut affectant le système LPV  $f$  et son estimé  $\hat{f}$ .

Le système est alors réécrit sous la forme d'un problème standard, dont l'objectif est la synthèse du contrôleur  $K_s$  comme présenté sur la figure II.10.

Comme dans le cadre de la synthèse d'un contrôleur, l'objectif est de minimiser dans une zone fréquentielle bien définie l'influence de  $f$  et de  $u$  sur la sortie  $z$ . Pour se faire, la structure classique permet de concevoir des filtres  $\mathcal{W}_I$  et  $\mathcal{W}_O$ .

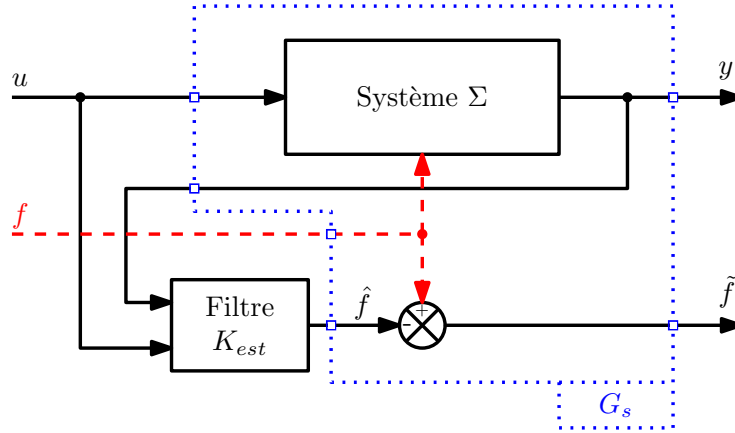
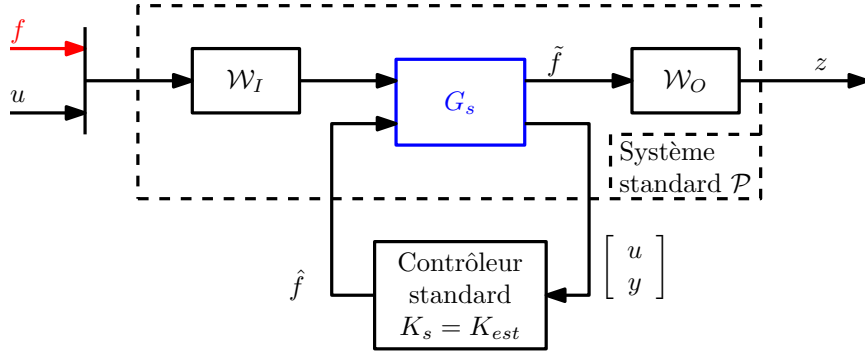
FIGURE II.9 – Principe de l'estimateur de défauts  $\mathcal{H}_\infty$ 

FIGURE II.10 – Formulation du problème de détection de défaut mis sous forme standard

## II.5 Observateurs et synthèse de résidus

Un observateur d'état est un filtre permettant de reconstruire l'état  $x(t)$  (respectivement  $x(k)$ ) d'un système à temps continu (II.3) (resp. discret (II.5)).

Il existe différents types d'observateur. On retiendra cependant l'observateur de Luenberger, qui possède une structure simple et facilement interprétable.

### Définition II.11 (*Observateur de Luenberger pour systèmes continus*)

Soit le système continu présenté en (II.3). La paire  $(A_c, C_c)$  doit être détectable.

Le système présenté en (II.45) est un observateur du système.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_c \hat{x}(t) + B_c u(t) + L (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (\text{II.45a})$$

$$\hat{y}(t) = C_c \hat{x}(t) + D_c u(t) \quad (\text{II.45b})$$

Le gain  $L$  est fixé de manière à ce que la matrice  $\Omega \triangleq A_c - LC_c$  soit stable.

**Définition II.12 (*Observateur de Luenberger pour systèmes discrets*)**

Soit le système continu présenté en (II.5). La paire  $(A_d, C_d)$  doit être détectable.  
Le système présenté en (II.46) est un observateur du système.

$$\hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \quad (\text{II.46a})$$

$$\hat{y}(k) = C_d \hat{x}(k) + D_d u(k) \quad (\text{II.46b})$$

Le gain  $L$  est fixé de manière à ce que la matrice  $\Omega \triangleq A_d - LC_d$  soit stable.

**II.5.1 Observateur : résidu et estimation de défauts**

Afin de ne pas allourdir la lecture, seule la méthodologie pour les systèmes à temps discret est présentée dans cette partie.

**II.5.1.a Synthèse d'un résidu**

On considère le système LTI discret (II.46) sujet à un défaut  $f(k)$  sous la forme :

$$x(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + B_f f(k) \quad (\text{II.47a})$$

$$y(k) = C_d \hat{x}(k) + D_d u(k) + D_f f(k) \quad (\text{II.47b})$$

En synthétisant un observateur (II.46) pour ce système, l'erreur d'estimation  $\tilde{x}(k) \triangleq x(k) - \hat{x}(k)$  donne :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) &= x(k) - \hat{x}(k) \\ \Rightarrow \tilde{x}(k+1) &= x(k+1) - \hat{x}(k+1) \\ &= A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + B_f f(k) - A_d \hat{x}(k) - B_d u(k) - L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ &= A_d \tilde{x}(k) - LC_d \tilde{x}(k) + B_f f(k) - LD_f f(k) \\ \tilde{x}(k+1) &= (A_d - LC_d) \tilde{x}(k) + (B_f - LD_f) f(k) \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

et la reconstruction de la sortie  $\tilde{y} \triangleq y(k) - \hat{y}(k)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \tilde{y}(k) &= y(k) - \hat{y}(k) \\ \tilde{y}(k) &= C_d \tilde{x}(k) + D_f f(k) \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

Ainsi, en présence d'un défaut, l'erreur d'estimation de la sortie  $\tilde{y}$  dévie de zéro (equation (II.49)), et de même pour l'erreur d'estimation de l'état  $\tilde{x}$  si  $B_f - LD_f \neq \mathbb{O}$ .

De ce fait, la variable  $\tilde{y}$  peut être choisie comme résidu afin d'obtenir l'information d'un défaut sur le système.

**II.5.1.b Estimateur de défaut capteurs**

On considère dans cette partie uniquement les défauts capteurs, c'est-à-dire que  $B_f = \mathbb{O}$ .

L'observateur du système a pour objectif d'estimer les états du système. Or, on a montré précédemment que l'erreur d'estimation de l'état  $\tilde{x}(k)$  et de la sortie  $\tilde{y}(k)$  étaient biaisés par le défaut  $f(k)$ .

En combinant la dynamique de l'observateur, avec l'erreur d'estimation des sorties, on obtient le système :

$$\tilde{x}(k+1) = (A_d - LC_d)\tilde{x}(k) - LD_f f(k) \quad (\text{II.50a})$$

$$\tilde{y}(k) = C_d \tilde{x}(k) + D_f f(k) \quad (\text{II.50b})$$

Ce système (II.50) peut ainsi être vu comme un système dynamique dont l'entrée est le défaut  $f(k)$  et la sortie est l'erreur d'estimation (figure II.11). On remarque aussi que l'entrée  $u(k)$  n'affecte pas cette dynamique.

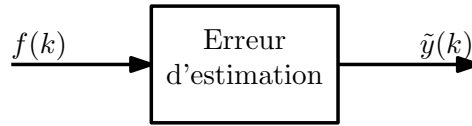


FIGURE II.11 – Schéma du système : défaut/erreur d'estimation

Cette dynamique peut ainsi être inversée afin d'estimer le défaut  $f(k)$  :

$$\tilde{Y}(z) = \left( -C_d(z\mathbb{I} - (A_d - LC_d))^{-1} LD_f + D_f \right) F(z) \quad (\text{II.51})$$

qui peut se réécrire en :

$$\tilde{Y}(z) = \left( \mathbb{I} - C_d(z\mathbb{I} - (A_d - LC_d))^{-1} L \right) D_f F(z) \quad (\text{II.52})$$

Le lemme d'inversion matricielle permet d'inverser ce système.

**Propriété II.1 (Lemme d'inversion matricielle)**

Soit une matrice régulière écrite sous la forme  $A + BCD$  où  $A$  et  $C$  sont régulières, alors :

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (\text{II.53})$$

Ainsi, on peut inverser l'équation II.52 et on obtient :

$$D_f F(z) = \left( \mathbb{I} + C_d(z\mathbb{I} - A_d)^{-1} L \right) \tilde{Y}(z) \quad (\text{II.54})$$

Dans l'hypothèse que le système possède au moins autant de sorties que de défauts, lesquels sont tous linéairement indépendants :

$$l \geq n_f \quad (\text{II.55})$$

alors la pseudo-inverse à gauche de  $D_f$ , notée  $D_f^+$  vérifie  $D_f^+ D_f = \mathbb{I}_q$ . L'estimée de  $F(z)$  est alors donnée par la relation :

$$\hat{F}(z) = D_f^+ \left( \mathbb{I} + C_d(z\mathbb{I} - A_d)^{-1} L \right) \tilde{Y}(z) \quad (\text{II.56})$$

L'équation II.56 correspond à la représentation d'état suivante :

$$x_e(k+1) = Ax_e(k) + L\tilde{y}(k) \quad (\text{II.57a})$$

$$\hat{f}(k) = D_f^+ Cx_e(k) + D_f^+ \tilde{y}(k) \quad (\text{II.57b})$$

Cette représentation d'état correspond finalement à un filtre estimateur du défaut  $f(k)$  en utilisant le résidu  $r(k) \triangleq \tilde{y}(k)$  comme une entrée, illustré en II.11.

## II.5.2 Structure de bancs d'observateurs

En 1978 puis 1986, Clark a proposé 2 nouvelles structures à bases d'observateur afin d'identifier et localiser des défauts sur les systèmes :

- Le schéma d'observateur dédié (DOS – Dedicated Observer Scheme (1978))
- Le schéma d'observateur généralisé (GOS – Generalized Observer Scheme (1986))

Ces deux approches reposent sur la synthèse d'un banc d'observateurs.

### Remarque II.1

*Les méthodologies d'observateur dédié et généralisé permettent de localiser un défaut capteur ou actionneur. Les méthodes présentées sont focalisées sur la détection de défaut capteur, mais peuvent très facilement s'adapter pour la détection d'un défaut actionneur.*

### Remarque II.2

*Les approches initialement proposées par Clark reposent sur la synthèse d'un banc d'observateurs. En effet, ce sont les résidus produits par les observateurs appliqués au schéma de détection qui permettent de localiser le défaut du système. Cependant, toute autre méthodologie de synthèse d'un résidu sera aussi valide, telle que l'observateur  $\mathcal{H}_\infty$  ou l'espace de parité.*

### II.5.2.a Schéma d'observateur dédié (DOS)

On considère un système avec  $l$  sorties  $y(k)$  qui peuvent être sujettes à des défauts  $f(k)$  sous la forme :

$$y_i^f(k) = y_i(k) + f_i(k) \quad (\text{II.58})$$

où  $y_i^f$  représente la  $i^{\text{ème}}$  mesure avec le défaut.

Le schéma de l'observateur dédié consiste à synthétiser  $l$  observateurs en n'utilisant que la  $i^{\text{ème}}$  mesure, comme illustré sur la figure II.12

Les résidus sont définis par la différence entre la sortie mesurée et son estimée :

$$r_i^j(k) \triangleq y_i^f(k) - \hat{y}^j(k) \quad (\text{II.59})$$

La détection d'un défaut  $f_i(k)$  est alors très simple à effectuer. En effet, l'observateur recevant la mesure défaillante fournit une mauvaise estimation des sorties

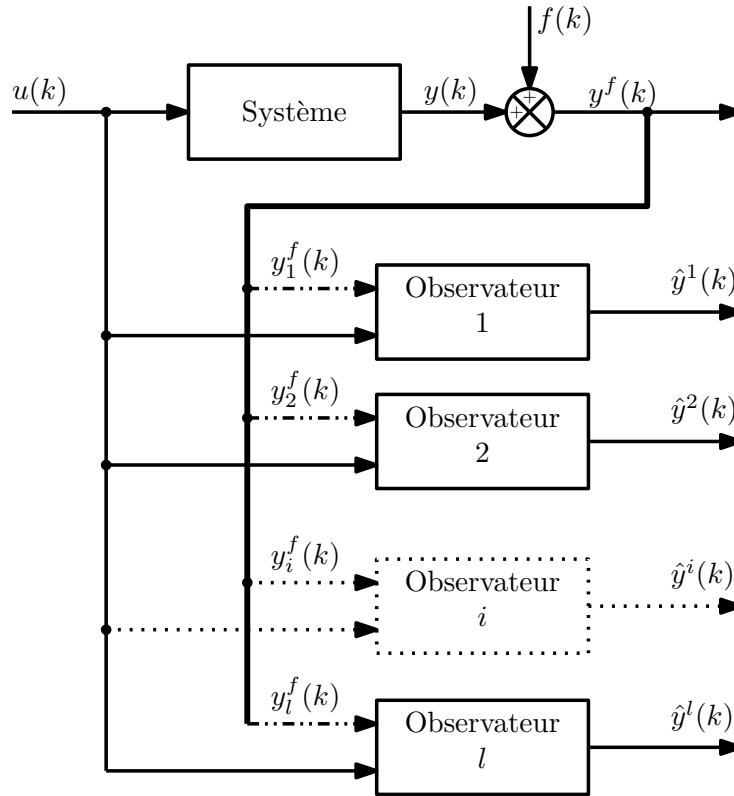


FIGURE II.12 – Schéma de l'observateur dédié

$\hat{y}$ , tandis que les autres observateurs fournissent des estimations correctes exceptée pour la sortie présentant le défaut. La table de décision est présentée dans le tableau II.1.

### Remarque II.3

*La principale restriction à cette approche est l'observabilité de chaque sous-système. En effet, chaque observateur est synthétisé en ne tenant en compte qu'une seule sortie du système.*

*Afin de palier à ce problème, la structure à observateur généralisé est proposée.*

#### II.5.2.b Schéma d'observateur généralisé (GOS)

La structure du banc d'observateur généralisé consiste toujours à synthétiser  $l$  observateurs où chacun est piloté par  $l - 1$  mesures du système. Ainsi, l'observateur  $i$  reçoit toutes les mesures sauf la  $i^{\text{ème}}$  (figure II.13).

TABLE II.1 – Table de décision de l'observateur dédié

	Observateur $i$						Observateur $j$					
	$r_1^i$	$r_2^i$	$\dots$	$r_i^i$	$\dots$	$r_l^i$	$r_1^j$	$r_2^j$	$\dots$	$r_j^j$	$\dots$	$r_l^j$
$y_1^f(k)$	1	0		0		0	1	0		0		0
$y_2^f(k)$	0	1		0		0	0	1		0		0
$\vdots$												
$y_i^f(k)$	1	1		1		1	0	0		0		0
$\vdots$												
$y_j^f(k)$	0	0		0		0	1	1		1		1
$\vdots$												
$y_l^f(k)$	0	0		0		1	0	0		0		1

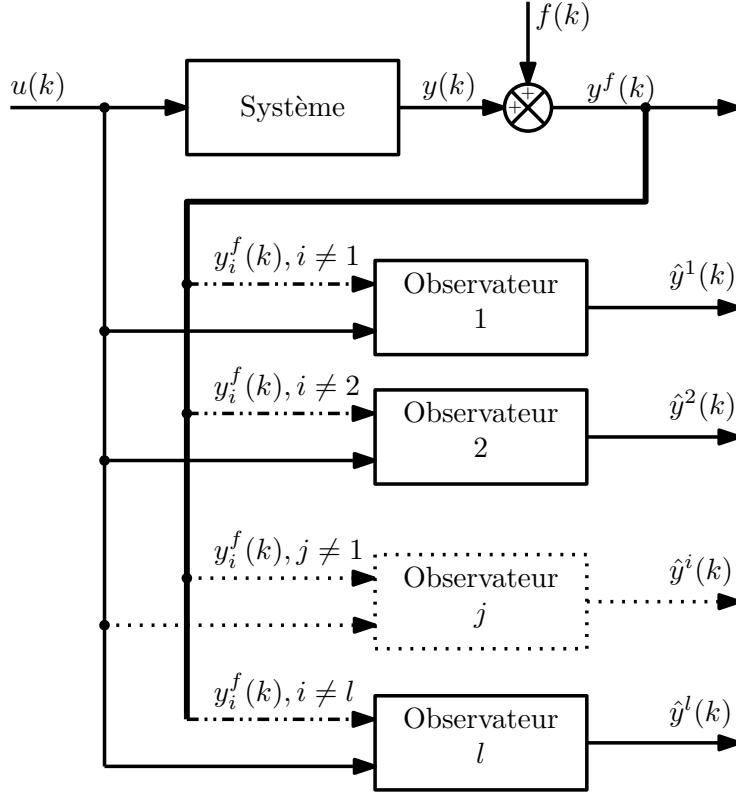


FIGURE II.13 – Schéma de l'observateur généralisé

La table de décision est différente du cas précédent car cette fois en présence d'un défaut sur la  $j^{\text{ème}}$  composante, tous les résidus d'observateurs seront en défaut tandis que l'observateur  $j$  générera un résidu valide. Elle est présentée dans le tableau II.2.

En contre partie, un seul défaut peut être détecté à la fois.

TABLE II.2 – Table de décision de l'observateur généralisé

	Observateur $i$							Observateur $j$					
	$r_1^i$	$r_2^i$	...	$r_i^i$	...	$r_l^i$		$r_1^j$	$r_2^j$	...	$r_j^j$	...	$r_l^j$
$y_1^f(k)$	1	1		1		1		1	1		1		1
$y_2^f(k)$	1	1		1		1		1	1		1		1
$\vdots$													
$y_i^f(k)$	0	0		0		0		1	1		1		1
$\vdots$													
$y_j^f(k)$	1	1		1		1		0	0		0		0
$\vdots$													
$y_l^f(k)$	1	1		1		1		1	1		1		1

## II.6 Détection de défauts par espace de parité

La détection de défauts par espace de parité est une approche basée sur un modèle déterministe du système. Cette approche repose sur la redondance des éléments connus du système, à savoir les entrées et les sorties. Historiquement, des travaux portant sur les systèmes statiques ont permis d'introduire la méthodologie. L'extension au début des années 80 par Chow et Willsky a permis de développer la méthodologie pour les systèmes dynamiques.

Dans ce chapitre, seul l'espace de parité pour les systèmes dynamiques et son extension pour les systèmes incertains est présenté. L'approche pour les systèmes statiques repose sur la même méthodologie et peut être facilement déduite par le lecteur.

### II.6.1 Espace de parité pour les systèmes dynamiques

On considère le système linéaire dynamique  $\Sigma_{LTI}$  suivant :

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ef(k) \quad (\text{II.60a})$$

$$u(k) = Cx(k) + Du(k) + Ff(k) \quad (\text{II.60b})$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $u(k) \in \mathbb{R}^l$  les entrées,  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  les sorties et  $f(k) \in \mathbb{R}^{n_f}$  les défauts à détecter.



### II.6.1.a Principe de l'approche

Le principe de l'approche de détection de défauts par espace de parité est d'étendre les mesures  $y(k)$  selon un horizon  $[k-s : k]$ . Les mesures s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cx(k-s) + Du(k-s) + Ff(k-s) \\ Cx(k-s+1) + Du(k-s+1) + Ff(k-s+1) \\ \vdots \\ Cx(k-1) + Du(k-1) + Ff(k-1) \\ Cx(k) + Du(k) + Ff(k) \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

En combinant (II.61) avec (II.60), on obtient le système :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y_s(k)} = H_{os}x(k-s) + H_{us} \underbrace{\begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k-1) \\ u(k) \end{bmatrix}}_{U_s(k)} + H_{fs} \underbrace{\begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-s+1) \\ \vdots \\ f(k-1) \\ f(k) \end{bmatrix}}_{F_s(k)} \quad (\text{II.62a})$$

$$Y_s(k) = H_{os}x(k) + H_{us}U_s(k) + H_{fs}F_s(k) \quad (\text{II.62b})$$

avec les matrices :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix} \quad (\text{II.62c}) \quad H_{us} = \begin{bmatrix} D & \mathbb{O} & \mathbb{O} & \cdots & \mathbb{O} \\ CB & D & \mathbb{O} & \cdots & \mathbb{O} \\ CAB & CB & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbb{O} \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \cdots & CB & D \end{bmatrix} \quad (\text{II.62d})$$

$$H_{fs} = \begin{bmatrix} F & \mathbb{O} & \mathbb{O} & \cdots & \mathbb{O} \\ CE & F & \mathbb{O} & \cdots & \mathbb{O} \\ CAE & CB & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbb{O} \\ CA^{s-1}E & CA^{s-2}E & \cdots & CE & F \end{bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

Dans l'équation (II.62a), les mesures  $Y_s(k)$  ainsi que les entrées  $U_s(k)$  sont connues. Il reste les états  $x(k)$  qui sont a priori inconnus ainsi que les défauts  $F_s(k)$  à détecter. Les équations de redondance du système sont générées en éliminant la partie inconnue du système, soit les états  $x(k)$ . L'équation (II.62a) est alors multipliée à gauche par une matrice  $W$ , appelée matrice de parité, étant orthogonale à  $H_{os}$  :

$$WH_{os} = \mathbb{O} \quad (\text{II.64})$$

L'existence de la matrice de parité  $W$  dépend du système et de l'horizon  $s$  choisi. Elle est discutée dans la section II.6.1.b.

Le résidu  $r(k)$ , communément appelé vecteur de parité ou résidu d'implémentation, est donné par :

$$r(k) \triangleq W(Y_s(k) - H_{us}U_s(k)) \quad (\text{II.65})$$

En développant (II.65), on obtient :

$$\begin{aligned} r(k) &= W(Y_s(k) - H_{us}U_s(k)) \\ &= WH_{os}x(k) + WH_{fs}F_s(k) \\ r(k) &= WH_{fs}F_s(k) \end{aligned} \quad (\text{II.66})$$

On remarque donc que le résidu (II.65) est directement sensible aux défauts  $F_s(k)$ . Ainsi, en l'absence de défauts  $F_s(k) = 0$ , le résidu  $r(k)$  est nul tandis qu'en présence d'un défaut  $F_s(k) \neq 0$ , le résidu sera différent de 0  $r(k) \neq 0$ . La détection de défaut se réalise alors très simplement en mettant un seuil sur le résidu  $r(k)$ .

### II.6.1.b Existence et synthèse de la matrice de parité

L'objectif de la synthèse de résidu est de trouver la matrice de parité  $W$ . Cette matrice  $W$  découle des redondances analytiques présente dans la matrice  $H_{os}$ . Afin d'obtenir des redondances analytiques, il est nécessaire que le rang ligne de la matrice  $H_{os}$  soit dégénéré. Une méthode simple afin de dégénérer le rang ligne de  $H_{os}$  est d'avoir plus de lignes que de colonnes. La matrices  $H_{os}$  étant de dimension  $m \cdot (s + 1) \times n$ , cette condition se traduit par :

$$\begin{aligned} m \cdot (s + 1) &> n \\ s &\geq E\left(\frac{n}{m}\right) \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

où  $E(\cdot)$  représente l'opérateur partie entière supérieur.

Ainsi, une condition suffisante d'existence de la matrice de parité  $W$  est de choisir un horizon respectant (II.67).

Dès que l'horizon  $s$  est correctement défini, il suffit de calculer la matrice de parité  $W$  étant orthogonale à la matrice  $H_{os}$ . Pour se faire, 2 méthodes sont proposées :

- Avec un logiciel de calcul numérique, du type Matlab, il est possible d'utiliser la commande :

$$W = \text{null}(Hos')'$$

- Sans l'utilisation de la commande `null`, il est cependant possible de synthétiser la matrice  $W$ . La matrice  $H_{os}$  peut toujours se décomposer sous la forme :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} H_{os1} \\ H_{os2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.68})$$

où  $H_{os1}$  représente la partie régulière de  $H_{os}$ , qui est donc inversible. La matrice  $W$  orthogonale à  $H_{os}$  est ainsi donnée par :

$$W = [H_{os2}H_{os1}^{-1} \quad \mathbb{I}] \quad (\text{II.69})$$

### II.6.1.c Rappel de la méthodologie

Comme présenté précédemment, la méthodologie pour synthétiser un résidu  $r(k)$  afin de détecter le défaut  $f(k)$  sur le système (II.60) se décompose en 3 points :

1. Étendre les mesures selon l'horizon  $s$  en respectant  $s \geq E\left(\frac{n}{m}\right)$
2. Synthétiser la matrice  $W$  en calculant la matrice orthogonale à  $H_{os}$  :

$$W \triangleq [H_{os2}H_{os1}^{-1} \quad \mathbb{I}]$$

3. Implémenter le résidu  $r(k) = W(Y_s(k) - H_{us}U_s(k))$

### II.6.2 Estimation de défauts

Le résidu implémenté en (II.65) permet d'obtenir une information sur le défaut. Ce résidu est simplement un indicateur du défaut. Cependant, il est possible d'estimer le défaut  $f(k)$  dans certaines conditions.

D'après l'équation (II.66), on obtient la forme induite du résidu, c'est-à-dire la relation entre le résidu et le défaut  $f(k)$  :

$$\begin{aligned} (\text{II.66}) : r(k) &= WH_{fs}F_s(k) \\ &= WH_{fs} \begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-(s-1)) \\ \vdots \\ f(k-1) \\ f(k) \end{bmatrix} \\ r(k) &= \sum_{i=0}^s WH_{fs}(i)f(k-i) \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

On remarque ainsi que le filtre résidu / défaut est un filtre à réponse impulsionnelle finie (filtre RIF). Il est donc toujours stable.

On peut aussi en déduire la transformée en  $z$  de ce filtre :

$$\frac{r(z)}{f(z)} = WH_{fs} \quad (\text{II.71})$$

Il est alors possible d'estimer le défaut  $f(k)$  en inversant ce filtre, sous l'hypothèse que les zéros de (II.71) soient stables (filtre à minimum de phase) :

$$\frac{\hat{f}(z)}{r(z)} = \frac{1}{WH_{fs}}(z) \quad (\text{II.72})$$

(composante par composante dans le cas où  $f$  et/ou  $r$  ne sont pas mono-variable).

### II.6.3 Détection de défauts pour systèmes à entrées inconnues

Dans certaines applications certaines entrées  $\bar{u}(k) \subset u(k)$  du système ne sont pas connues. Dans ce cas, le résidu présenté en (II.65) ne peut être implémenté car il dépend des entrées  $u(k)$  et donc de  $\bar{u}(k)$ . Afin de palier à ce problème, le système (II.60) se réécrit en décomposant  $u(k)$  comme :

$$u(k) = \begin{bmatrix} u_0(k) \\ \bar{u}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{II.73})$$

où  $u_0(k)$  représente les entrées mesurées du système. et le système :

$$x(k+1) = Ax(k) + \bar{B}\bar{u}(k) + B_0u_0(k) + Ef(k) \quad (\text{II.74a})$$

$$u(k) = Cx(k) + \bar{D}\bar{u}(k) + D_0u_0(k) + Ff(k) \quad (\text{II.74b})$$

En appliquant la méthodologie de l'espace de parité sur le système (II.74), en étendant l'horizon de mesure à  $s$ , on obtient le système :

$$Y_s(k) = H_{os}x(k) + H_{u0s}U_{0s}(k) + \bar{H}_{us}\bar{U}_s(k) + H_{fs}F_s(k) \quad (\text{II.75})$$

avec les mêmes notations que dans (II.62). On retrouve maintenant une nouvelle matrice  $\bar{H}_{us}$  qui distribue les entrées inconnues  $\bar{u}(k)$ . Afin d'éliminer l'effet de ces entrées inconnues sur le résidu  $\bar{r}(k)$  définit par :

$$\bar{r}(k) \triangleq \bar{W}(Y_s(k) - H_{u0s}U_{0s}(k)) \quad (\text{II.76})$$

la matrice de parité  $\bar{W}$  est synthétisée de manière à être également orthogonale à la matrice  $\bar{H}_{us}$  :

$$\bar{W} \cdot \begin{bmatrix} H_{os} & \bar{H}_{us} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.77})$$

#### Remarque II.4

*Dans la méthodologie présentée, la matrice de parité  $\bar{W}$  doit être orthogonale à deux matrices  $H_{os}$  et  $\bar{H}_{us}$ . La condition d'existence de la matrice de parité (II.67) n'est donc plus valide, et il se peut que  $\bar{W}$  n'existe pas toujours. Afin de soulever ce problème, une approche de synthèse par optimisation permet d'obtenir une matrice avec un découplage non parfait, présenté dans la section IV.4.*

## II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la définition des systèmes LTI et LPV ainsi que quelques propriétés essentielles sont présentées. Par la suite, la synthèse de contrôleur robuste est introduite pour les systèmes LTI puis étendue pour les systèmes LPV. Ces outils de commande seront par la suite développés dans différentes applications, sans revenir dans le détail théorique.

L'extension de la synthèse de contrôleur  $\mathcal{H}_\infty$  pour la détection de défauts est également introduite. Cette élégante formulation permet principalement d'ajouter de la robustesse dans le résidu obtenu.

Finalement, la méthodologie de l'espace de parité est rappelée et son application dans le cadre du découplage d'entrées inconnues est formulée. La synthèse par espace de parité présente l'intérêt majeur d'être très léger pour l'implémentation dans un système (type micro-contrôleur) car elle ne fait intervenir que très peu de calculs.

En définitive, les outils nécessaire à la compréhension de l'ouvrage sont présentés. Par la suite, les modèles de véhicules automobiles sont présentés s'appuyant sur les modélisations proposées, puis des applications pratiques avec des validations expérimentales seront décrites en utilisant les méthodologies de contrôle et de détection décrites.

# Modèles des dynamiques de véhicule et validations expérimentales

---

## Sommaire

<b>III.1 Introduction</b>	<b>37</b>
<b>III.2 Modélisation verticale du véhicule</b>	<b>38</b>
III.2.1 Modèle quart de véhicule vertical	38
III.2.2 Modèles de suspension actives	40
III.2.3 Modèles avec amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques	41
<b>III.3 Dynamique longitudinale d'un véhicule automobile</b>	<b>42</b>
III.3.1 Dynamique du châssis	42
III.3.2 Dynamique des roues	45
III.3.3 Dynamique longitudinale globale	45
<b>III.4 Modèle latéral</b>	<b>46</b>
III.4.1 Dynamique du système	46
III.4.2 Modélisation des capteurs	48
<b>III.5 Modèle complet de véhicule</b>	<b>48</b>
III.5.1 Modèle mathématique	49
III.5.2 Validations expérimentales sur le véhicule	53
<b>III.6 Conclusion</b>	<b>63</b>

---

## III.1 Introduction

Les véhicules automobiles sont des systèmes très complexes composés de nombreux éléments tels que le moteur, la boîte de vitesse, l'embrayage, les roues, les suspensions, l'amortisseur, les freins et bien d'autres encore. La modélisation de tels organes est très complexe, fortement non linéaire et leur comportement peut changer au cours du temps et des situations de conduite [Accari 2005, Kiencke 2005, Gillespie 1992, Milliken 2003].

Dans ce chapitre, les éléments du véhicule sont considérés indépendants. Ces modèles sont dit à éléments indépendants car on ne considère par l'action des autres corps sur le système.

Tout d'abord, les modèles verticaux du véhicule sont présentés en section III.2. Cette section insiste sur les différentes structures d'amortisseurs présente dans le domaine automobile en présentant les amortisseurs semi-actifs. Par la suite, les modèles longitudinal et latéral du véhicule sont étudiés, respectivement dans les sections III.3 et III.4.

L'intégration finale des différents sous-modèles permet de construire le modèle complet du véhicule en section III.5. Ce modèle est validé expérimentalement sur un véhicule réel dans le cadre du projet ANR français INOVE.

## III.2 Modélisation verticale du véhicule

### III.2.1 Modèle quart de véhicule vertical

Lorsque l'on souhaite contrôler la dynamique verticale d'un véhicule, notamment le système de suspension, le modèle vertical quart de véhicule illustré sur la figure III.1 est préconisé.

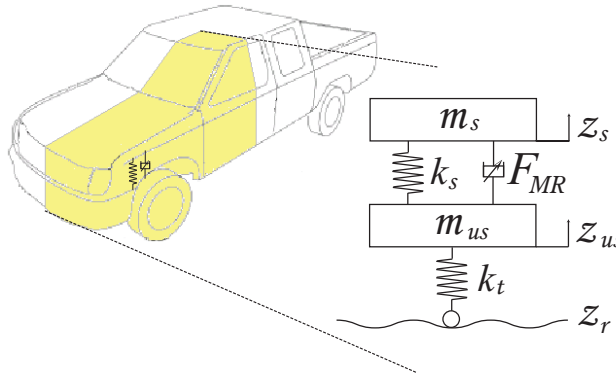


FIGURE III.1 – Illustration du système quart de véhicule

Ce modèle se base sur un quart de véhicule, où un seul système de suspension est modélisée. Le système est composé de 2 masses :

- la masse suspendue  $m_s$  qui représente la masse d'un quart du châssis du véhicule d'altitude  $z_s$
- la masse non-suspendue  $m_{us}$  représentant la masse de la roue d'altitude  $z_{us}$ .

Le véhicule est excité par le profil de route de hauteur  $z_r$ , qui transmet le mouvement à la roue. La roue est représentée par un ressort de raideur  $k_t$ . La roue est reliée au châssis par l'intermédiaire de la suspension, modélisée par un ressort de raideur  $k_s$  et d'un amortisseur. Historiquement, seuls des amortisseurs passifs étaient utilisés. Ils sont modélisés par un frottement visqueux de coefficient  $c$ . Depuis ces dernières années, de nouvelles technologies ont permis d'introduire de nouveaux types d'amortisseurs contrôlables, comme les amortisseurs semi-actifs ou actifs. Ils fournissent alors une force  $F_c$  pilotée par la commande  $u$  (figure III.2(b)). Des efforts externes

$F_{dz}$  purement verticaux sont aussi considérées. Ils représentent généralement les transfert de charges avant/arrière et gauche/droite.

Les modèles quart de véhicule sont illustrés sur la figure III.2, ou sont présentés l'architecture avec amortisseur passif (figure III.2(a)) et contrôlable (figure III.2(b)).

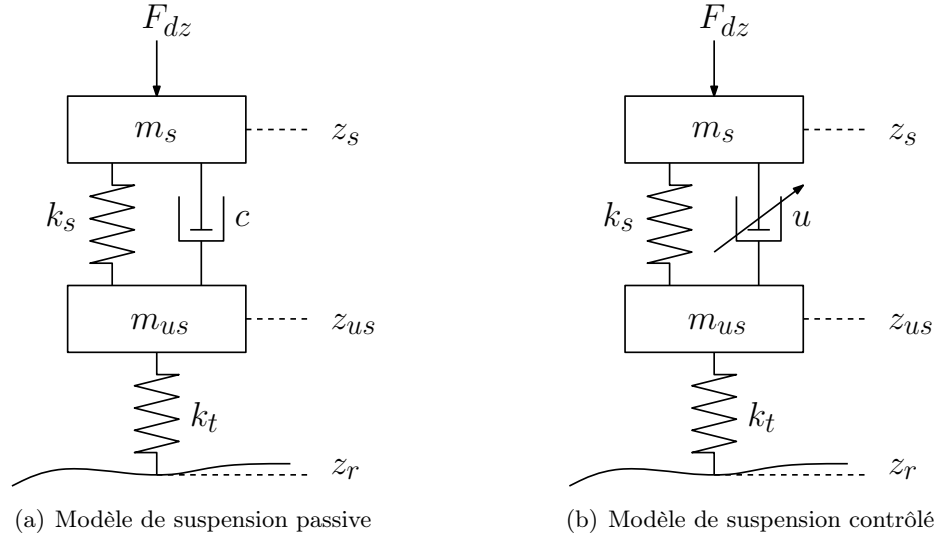


FIGURE III.2 – Modèles de suspensions

D'après le principe de la dynamique, le modèle mathématique du quart de véhicule est donné par :

$$m_s \ddot{z}_s = -(k_s(z_s - z_{us}) + F_c + F_{dz}) \quad (\text{III.1a})$$

$$m_{us} \ddot{z}_{us} = k_s(z_s - z_{us}) + F_c - k_t(z_{us} - z_r) \quad (\text{III.1b})$$

où  $F_c$  représente la force de l'amortisseur qui vaut :

$$F_c = c(\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) \quad (\text{III.1c})$$

pour un amortisseur passif. Dans ce cas, on peut en déduire la représentation d'état du modèle vertical de la suspension :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & -\frac{c}{m_{us}} & -\frac{k_s}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ z_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_{dz} \quad (\text{III.2})$$

Dans le cas d'un amortisseur contrôlable, la force  $F_c(u)$  dépend de la commande



$u$ , et on obtient la représentation d'état plus générale :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_s}{m_s} & 0 & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_s}{m_{us}} & 0 & -\frac{k_s}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ z_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_{dz} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_c(u) \quad (\text{III.3})$$

### III.2.2 Modèles de suspension actives

Dans l'industrie automobile, il existe différents type de suspension actives :

- suspension hydraulique
- suspension pneumatique
- suspension électromagnétique récupératrice
- suspension par moteur électrique

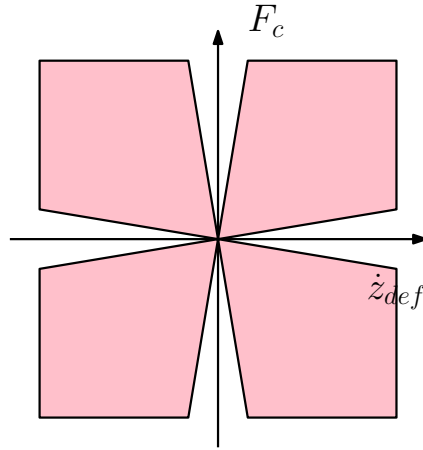


FIGURE III.3 – Suspension active

Une suspension de type active permet de fonctionner dans les 4 quadrants de fonctionnement. Elle peut aussi bien absorber/dissiper de l'énergie qu'en fournir.

La modélisation d'un tel dispositif reste très compliquée. On retrouve cependant dans [Gaspar 2008] un modèle fortement non linéaire pouvant se mettre sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = A(\rho) \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} + B_r z_r + B_u(\rho) u \quad (\text{III.4})$$

où  $u$  est la variable de contrôle. De plus, le système ici présenté (III.4) peut s'écrire sous une forme LPV, intéressante pour le contrôle.

### III.2.3 Modèles avec amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques

Les amortisseurs semi-actifs ont été introduit dès les années 1990. Ils sont une alternative économique en terme de consommation d'énergie aux amortisseurs actifs.

En effet, les suspensions semi-actives ne nécessitent aucune source d'énergie (exceptée une source très faible pour la polarisation des fluides). Leur fonctionnement reste cependant borné dans les cadrans qui dissipent l'énergie, comme illustré sur la figure III.4.

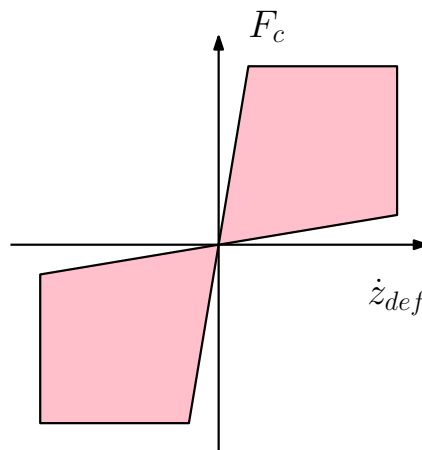


FIGURE III.4 – Suspension semi-active

Il existe plusieurs type d'amortisseurs semi-actifs dont les plus connus sont :

- **Les amortisseurs magnéto-rhéologiques** : ces amortisseurs possèdent un fluide dont les caractéristiques varient selon le champ magnétique présent. De microscopiques particules magnétiques sont introduites dans le fluide hydraulique permettant de modifier sa viscosité en fonction de l'intensité du courant électrique qui le traverse. Le mouvement de l'amortisseur est ainsi directement affecté par une entrée de commande : le courant électrique.
- **Les amortisseurs électro-rhéologiques** : dans ce cas, le fluide est sensible au champ électrique. L'entrée de commande est alors la tension électrique.

Ces types d'amortisseurs intéressent beaucoup l'industrie automobile car ils permettent de contrôler le comportement (principalement vertical) du véhicule. Il est alors possible d'améliorer les performances en terme de confort ou de tenue de route.

Historiquement, les amortisseurs semi-actifs magnéto-rhéologiques sont les plus utilisés. On retrouve par exemple la *Mazda 626 Coupé* qui possédait ce type d'amortisseur lors de sa commercialisation en 1989. Plus récemment, la *Audi TT coupé* de 2006 ainsi que la *Audi R8* possèdent ce type de suspension.

Les amortisseurs électro-rhéologiques sont quant à eux nouveaux sur le marché. Leur principal moteur de développement reste leur fréquence de fonctionnement

beaucoup plus élevée que les magnéto-rhéologiques. En effet, ces derniers ont une bande passante relativement limitée autour des  $10Hz$ .

A partir de données expérimentales [Lozoya-Santos 2012], le modèle suivant de l'effort d'un amortisseur magnéto rhéologique est habituellement adopté :

$$F_c(I) = I f_c \tanh(a_1 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + a_2 (z_s - z_{us})) + b_1 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + b_2 (z_s - z_{us}) \quad (\text{III.5})$$

avec les coefficients définis dans la table III.1.

TABLE III.1 – Coefficients du modèle magnéto rhéologique		
Paramètre	Description	Valeur
$f_c$	force nominale	600.9 N/A
$a_1$	coefficient d'amortissement semi-actif	37.8 s.m <sup>-1</sup>
$a_2$	coefficient d'amortissement semi-actif	22.1 m <sup>-1</sup>
$b_1$	coefficients d'amortissement passif	2,830 N.s.m <sup>-1</sup>
$b_2$	coefficients d'amortissement passif	-7,897 N.m <sup>-1</sup>

A partir de ce modèle, on en déduit la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c \rho_1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{f_c \rho_1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r \quad (\text{III.6})$$

### III.3 Dynamique longitudinale d'un véhicule automobile

Afin de modéliser la dynamique longitudinale d'un véhicule, on considère que le véhicule roule sur une surface plane en ligne droite (figure III.5).

Il est alors représenté par une seule roue équivalente supportant une masse globale  $m$ , illustré sur la figure III.6.

Afin d'obtenir le modèle général de la dynamique longitudinale, on étudie premièrement la dynamique issue de la masse globale du véhicule et de la roue du véhicule.

#### III.3.1 Dynamique du châssis

Concernant la dynamique longitudinale pure, les efforts latéraux sont négligés. D'après le principe de la dynamique, l'accélération longitudinale  $a_x$  du véhicule est

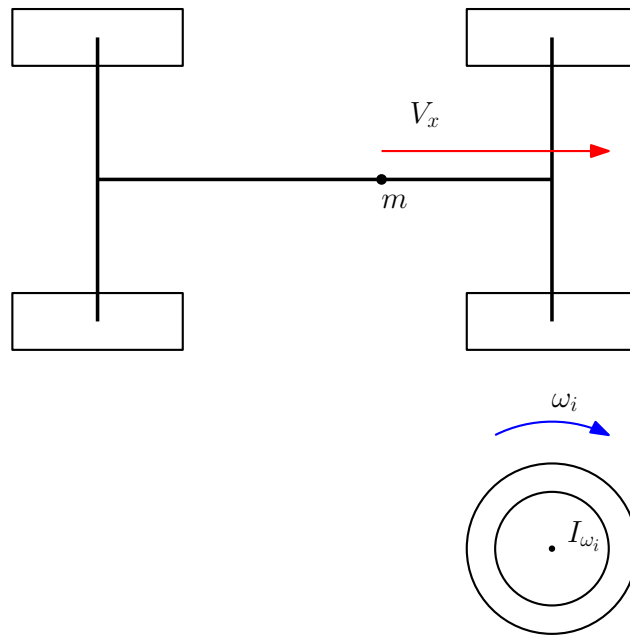


FIGURE III.5 – Modèle longitudinal du véhicule

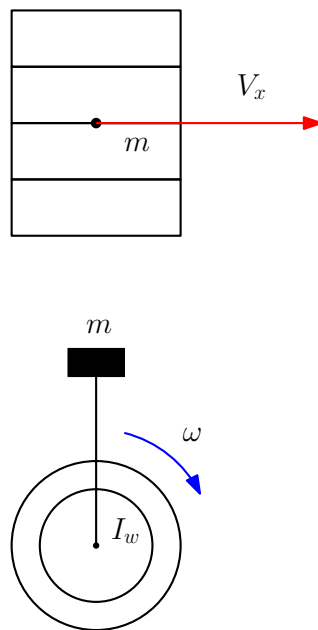


FIGURE III.6 – Modèle longitudinal équivalent du véhicule

régie par :

$$m\dot{V}_x = F_{tx_f} + F_{tx_r} - F_a - F_{d_x} \quad (\text{III.7})$$

où  $F_{tx_i}$  représente les efforts longitudinaux du pneumatique,  $F_{ty_i}$  les efforts latéraux,  $i = \{f : \text{avant}, r : \text{arrière}\}$ ,  $F_a$  les efforts aérodynamique et  $F_{d_x}$  les perturbations longitudinales.

Les pneumatiques sont les organes les plus importants composant un véhicule automobiles, car ce sont eux qui assurent la liaison avec la chaussée et qui transmettent les efforts dynamiques. Cependant, leur modélisation est relativement complexe. On retrouve dans la littérature différents types de modèles, tels que les modèles de Pacjeka, Dugoff, LuGre etc... On peut cependant remarquer que ces modèles possèdent

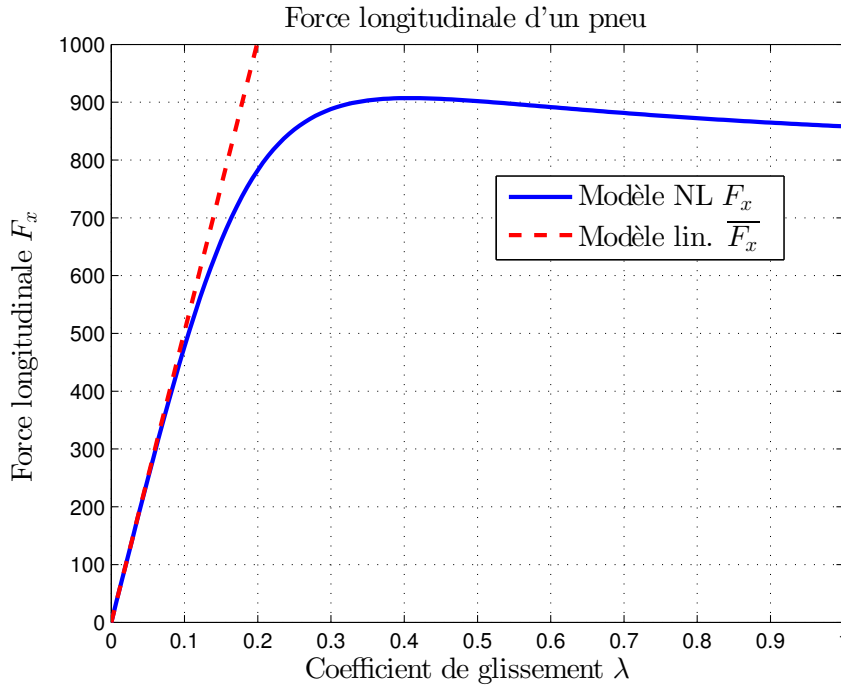


FIGURE III.7 – Modèle de la caractéristique longitudinale d'un pneumatique

une caractéristique linéaire pour des faibles valeurs de  $\lambda_i$ .

Les efforts longitudinaux avant et arrière dans la zone linéaire s'écrivent alors :

$$F_{tx_f} = c_{\lambda_i} \lambda_f \quad (\text{III.8a})$$

$$F_{tx_r} = c_{\lambda_i} \lambda_r \quad (\text{III.8b})$$

où  $\lambda_i$  sont les coefficients de glissement définis par :

$$\lambda_i = \frac{\omega_i R - V_x}{\max(\omega_i R, V_x)} \quad (\text{III.8c})$$

Le coefficient  $R$  représente le rayon des roues et  $\omega_i$  la vitesse angulaire des roues tandis que  $V_x$  représente la vitesse longitudinale du véhicule.

Les efforts aérodynamiques sont modélisés sous la forme suivante :

$$F_a = \frac{1}{2} \rho C S V_x^2 \quad (\text{III.9})$$

où  $\rho$  représente la densité de l'air,  $C$  le coefficient aérodynamique,  $S$  la surface à l'air et  $V_x$  la vitesse longitudinale du véhicule.

Les coefficients  $\rho$ ,  $C$  et  $S$  étant a priori constants, la force aérodynamique se réécrit sous la forme :

$$F_a = k_{aero} V_x^2 \quad (\text{III.10})$$

### III.3.2 Dynamique des roues

La dynamique des roues du véhicule est donnée par :

$$I_{\omega_i} \dot{\omega}_i = T_i - R_i F_{tx_i} \quad (\text{III.11})$$

où  $T_i$  est le couple fourni à la roue par le moteur ou le système de freinage,  $R_i$  le rayon de la roue et  $I_{\omega_i}$  est l'inertie de la roue.

### III.3.3 Dynamique longitudinale globale

La dynamique globale du véhicule s'effectue en considérant l'approximation schématisée sur la figure III.6.

Le véhicule est alors considéré comme une masse équivalente  $m$  soutenue par une roue équivalente dont les propriétés sont données par :

$$R \triangleq R_i \quad (\text{III.12a})$$

$$I_\omega \triangleq \sum_{i=1}^4 I_{\omega_i} \quad (\text{III.12b})$$

$$C_\lambda \triangleq \sum_{i=1}^4 C_{\lambda_i} \quad (\text{III.12c})$$

$$\omega \triangleq \frac{\sum_{i=1}^4 \omega_i}{4} \quad (\text{III.12d})$$

En combinant les deux sous-modèles précédemment proposés dans la zone linéaire du pneumatique, on obtient une représentation d'état sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho_1 \frac{k_{aero}}{m} - \rho_2 \frac{C_\lambda}{m} & \rho_2 \frac{C_\lambda R}{m} \\ \rho_2 \frac{C_\lambda R}{I_\omega} & \rho_2 \frac{-C_\lambda R^2}{I_\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_\omega} \end{bmatrix} T_i \quad (\text{III.13a})$$

où les paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont définis par :

$$\rho_1 \triangleq V_x \quad (\text{III.13b})$$

et

$$\rho_2 \triangleq \begin{cases} \frac{1}{R\omega} & \text{en accélération } \dot{V}_x > 0 \\ \frac{1}{V_x} & \text{en décélération } \dot{V}_x < 0 \end{cases} \quad (\text{III.13c})$$

### III.4 Modèle latéral

Le modèle latéral est un modèle dit “demi-véhicule”. Il se concentre sur la dynamique latérale du véhicule, en regardant les accélérations latérales  $a_y$  du véhicule ainsi que la rotation autour de l’axe vertical  $\dot{\psi}$ . L’entrée du système est l’angle des roues dénoté  $u_L$ , illustré sur la figure III.8.

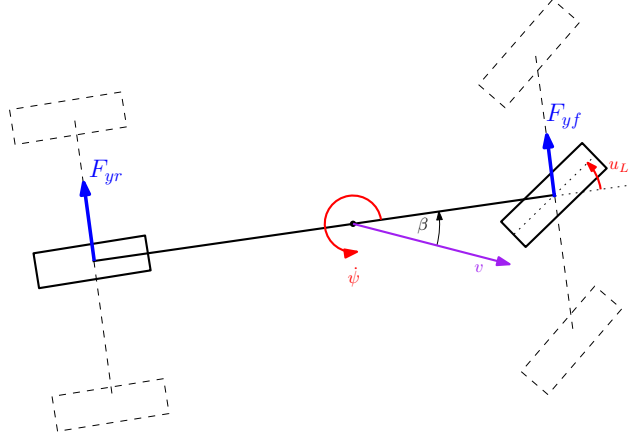


FIGURE III.8 – Schématisation du modèle bicyclette

Le modèle bicyclette est le modèle le plus largement utilisé dans la communauté automobile. En effet, la dynamique latérale (accélération latérale) est couplée avec les rotations verticales. Ce modèle intervient dans de nombreuses applications industrielles telle que l’ESP par exemple.

#### III.4.1 Dynamique du système

Le modèle bicyclette présente les dynamiques suivantes :

$$ma_y(t) = F_{tx_f}(t) \sin u_L(t) + F_{ty_r}(t) + F_{ty_f}(t) \cos u_L(t) + F_{dy}(t) \quad (\text{III.14a})$$

L’accélération latérale  $a_y$  (du référentiel non galiléen qu’est le véhicule) est donné par :

$$a_y(t) = \dot{v}_y(t) + v(t)\dot{\psi}(t) \quad (\text{III.14b})$$

$$\dot{v}_y(t) = v(t)\dot{\beta}(t) \quad (\text{III.14c})$$

La dynamique de rotation verticale est donnée par :

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\psi}(t) = & l_f(F_{tx_f}(t) \sin u_L(t) + F_{ty_f}(t) \cos u_L(t)) - l_r F_{ty_r}(t) \\ & + (F_{tx_{fr}}(t) - F_{tx_{fl}}(t))t_f \cos u_L(t) + (F_{tx_{rr}}(t) - F_{tx_{rl}}(t))t_r \\ & + (F_{ty_{fl}}(t) - F_{ty_{fr}}(t))t_f \sin u_L(t) + M_{dz}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.14d})$$

Le modèle bicyclette s'inspire des équations (III.14), en considérant l'angle des roues faibles :  $\sin u_L = 0$  et  $\cos u_L = 1$ , et que les efforts gauche/droite d'un train sont égaux :  $F_{tx_{fr}} = F_{tx_{fl}}$  et  $F_{tx_{rr}} = F_{tx_{rl}}$ . On obtient alors :

$$mv(t) \left( \dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(t) \right) = F_{ty_r}(t) + F_{ty_f}(t) + F_{dy}(t) \quad (\text{III.15a})$$

$$I_z \ddot{\psi}(t) = l_f F_{ty_f}(t) - l_r F_{ty_r}(t) \quad (\text{III.15b})$$

Ce modèle, bien que déjà simplifié, dépend toujours des efforts des pneumatiques  $F_{ty_f}$  et  $F_{ty_r}$ , et est ainsi fortement non-linéaire. Comme déjà vu dans la section III.3, les efforts des pneumatiques se comportent de façon linéaire lors des faibles valeurs du coefficient de glissement  $\beta_i$ ,  $i = f, r$ . Il en découle alors les relations linéaires :

$$F_{ty_f}(t) = c_{y_f} \beta_f(t) \quad (\text{III.16a})$$

$$F_{ty_r}(t) = c_{y_r} \beta_r(t) \quad (\text{III.16b})$$

avec

$$\beta_f(t) = u_L(t) - \beta(t) - \frac{l_f \dot{\psi}(t)}{v(t)} \quad (\text{III.17a})$$

$$\beta_r(t) = -\beta(t) + \frac{l_r \dot{\psi}(t)}{v(t)} \quad (\text{III.17b})$$

En combinant les équations (III.15), (III.16) et (III.17), on obtient le système suivant :

$$mv(t) \left( \dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(t) \right) = c_{y_f} u_L(t) - (c_{y_r} + c_{y_f}) \beta(t) + \frac{c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f}{v(t)} \dot{\psi}(t) + F_{dy}(t) \quad (\text{III.18a})$$

$$I_z \ddot{\psi}(t) = l_f c_{y_f} u_L(t) - \frac{c_{y_f} l_f^2 + c_{y_r} l_r^2}{v(t)} \dot{\psi}(t) - (c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f) \beta(t) + M_{dz}(t) \quad (\text{III.18b})$$

d'où la représentation d'état :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{y_r} + c_{y_f}}{mv(t)} & \frac{c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f}{mv(t)^2} - 1 \\ \frac{c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f}{I_z} & -\frac{c_{y_r} l_r^2 + c_{y_f} l_f^2}{I_z v(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_f}{mv} \\ \frac{c_{y_f} l_f}{I_z} \end{bmatrix} u_L(t) \quad (\text{III.19})$$

On peut remarquer que dans la représentation en (III.19), les matrices dépendent de la vitesse du véhicule  $v$ . On peut ainsi en déduire un modèle LPV du système, dépendant des paramètres  $\rho_1(t) \triangleq \frac{1}{v(t)}$  et  $\rho_2(t) \triangleq \frac{1}{v(t)^2}$ , de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f}{I_z} & 0 \end{bmatrix} + \rho_1(t) \begin{bmatrix} -\frac{c_{y_r} + c_{y_f}}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{c_{y_r} l_r^2 + c_{y_f} l_f^2}{I_z} \end{bmatrix} + \rho_2(t) \begin{bmatrix} & \frac{c_{y_r} l_r - c_{y_f} l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_{y_f} l_f}{I_z} \end{bmatrix} + \rho_1(t) \begin{bmatrix} \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_L(t) \quad (\text{III.20})$$



Afin d'implémenter des contrôleurs en temps discret, ce système LPV est discrétisé selon la méthode d'Euler, présentée dans la section II.3.3. On obtient alors le système LPV en temps discret dépendant de la période d'échantillonnage  $T_d$  :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta}(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} = & \left( \begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{I_z} & 1 \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_{yr} + c_{yf}}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{c_{yr}l_r^2 + c_{yf}l_f^2}{I_z} \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + \rho_2(k) \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{c_{yf}l_f}{I_z} \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_L(k) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

### III.4.2 Modélisation des capteurs

Les capteurs habituellement présents sur le système sont :

- un gyromètre mesurant la vitesse de lacet  $\dot{\psi}(k)$
- un accéléromètre mesurant l'accélération latérale  $a_y(k)$ .

Le capteur gyrométrique se modélise très facilement en ajoutant la mesure :

$$\dot{\psi}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

En ce qui concerne l'accélération latérale, elle peut s'écrire sous la forme [Ackermann 1997] :

$$a_y(k) = v(k) \left( \dot{\beta}(k) + \dot{\psi}(k) \right) \quad (\text{III.23})$$

On en déduit :

$$a_y = \left( \begin{bmatrix} -\frac{c_{yr} + c_{yf}}{m} & 0 \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{m} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} + c_{yf} u_L(k) \quad (\text{III.24})$$

## III.5 Modèle complet de véhicule

En combinant les modèles vertical, longitudinal, latéral ainsi que les dynamiques du roulis et de tangage, un modèle complet du véhicule peut être déduit. Ce modèle à fait l'objet d'un simulateur présent dans la toolbox **Automotive Toolbox** développée au Gipsa-Lab. La comparaison avec le véhicule réel est présentée dans la partie III.5.2.

Le véhicule considéré est le **Renault Megane** présent aux laboratoire MIPS de Mulhouse. Dans le cadre du projet **INOVE**, une campagne de mesures et de collecte de données au sein du laboratoire MIPS a permis de modéliser fidèlement le véhicule.

## III.5.1 Modèle mathématique

A partir des équations de la dynamique, on obtient le modèle non-linéaire suivant du châssis :

$$\dot{v}_x = \left( F_{tx_f} \cos \delta - F_{tx_r} + F_{ty_f} \sin \delta + F_{dx} + m\dot{\psi}v_y \right) / m \quad (\text{III.25a})$$

$$a_x = \dot{v}_x - \dot{\psi}v_y \quad (\text{III.25b})$$

$$\dot{v}_y = \left( F_{tx_f} \sin \delta + F_{ty_r} + F_{ty_f} \cos \delta + F_{dy} - m\dot{\psi}v_x \right) / m \quad (\text{III.25c})$$

$$a_y = \dot{v}_y + \dot{\psi}v_x \quad (\text{III.25d})$$

$$\ddot{z}_s = - (F_{s_f} + F_{s_r} + F_{dz}) / m_s \quad (\text{III.25e})$$

$$\ddot{\theta} = \left( (F_{s_{rr}} - F_{s_{rl}})t_r + (F_{s_{fr}} - F_{s_{fl}})t_f + m h \dot{v}_y + M_{dx} \right) / I_x \quad (\text{III.25f})$$

$$\ddot{\psi} = \left( l_f (F_{tx_f} \sin \delta + F_{ty_f} \cos \delta) - l_r F_{ty_r} + (F_{tx_{fr}} - F_{tx_{fl}})t_f \cos \delta \right. \\ \left. + (F_{tx_{rr}} - F_{tx_{rl}})t_r + (F_{ty_{fl}} - F_{ty_{fr}})t_f \sin \delta + M_{dz} \right) / I_z \quad (\text{III.25g})$$

$$\ddot{\phi} = (F_{s_f}l_f - F_{s_r}l_r + m h a_x + M_{dy}) / I_y \quad (\text{III.25h})$$

$$\dot{\beta}_{CoG} = (F_{ty_f} + F_{ty_r} - m\dot{v}_{CoG} \sin(\beta_{CoG})) / (m v_{CoG} \cos(\beta_{CoG})) - \dot{\psi} \quad (\text{III.25i})$$

$$(\text{III.25j})$$

avec les notations rappelées dans le tableau III.2.

Concernant la modélisation des pneumatiques et des suspensions pour chaque coordonnée  $(i, j)$ , on obtient :

$$\ddot{z}_{us_{ij}} = (F_{s_{zij}} - F_{t_{zij}}) / m_{us_{ij}} \quad (\text{III.26a})$$

$$F_{s_{zij}} = k_s z_{def_{ij}} \quad (\text{III.26b})$$

$$z_{def_{ij}} = z_{s_{ij}} - z_{us_{ij}} \quad (\text{III.26c})$$

$$F_{t_{zij}} = k_t z_{def_{t_{ij}}} \quad (\text{III.26d})$$

$$z_{def_{t_{ij}}} = z_{us_{ij}} - z_{r_{ij}} \quad (\text{III.26e})$$

$$\dot{\omega}_{ij} = T_{ij} - R_{ij} F_{t_{x_{ij}}} \quad (\text{III.26f})$$

$$\beta_f = \delta - \tan^{-1} \left( \frac{l_f \dot{\psi} + v_{CoG} \sin \beta_{CoG}}{v_{CoG} \cos \beta_{CoG}} \right) \quad (\text{III.26g})$$

$$\beta_r = \tan^{-1} \left( \frac{l_r \dot{\psi} - v_{CoG} \sin \beta_{CoG}}{v_{CoG} \cos \beta_{CoG}} \right) \quad (\text{III.26h})$$

$$\lambda_{ij} = \frac{v_x - R_{ij} \omega_{ij} \cos \beta_i}{\max(v_x, R_{ij} \omega_{ij} \cos \beta_i)} \quad (\text{III.26i})$$

avec les notations de la table III.3.

Les efforts non linéaires des pneumatiques peuvent être obtenus à partir des modèles de Pacejka [Pacejka 2012] :

$$F_{tx_{ij}} = D_x \sin \left[ C_x \arctan(B_x \lambda_{ij} - E_x (B_x \lambda_{ij} - \arctan(B_x \lambda_{ij}))) \right] \quad (\text{III.26j})$$

$$F_{ty_{ij}} = D_y \sin \left[ C_y \arctan(B_y \beta_i - E_y (B_y \beta_i - \arctan(B_y \beta_i))) \right] \quad (\text{III.26k})$$

A partir de ces équations, un simulateur a été conçu. Il nécessite en entrée l'accélération longitudinale du véhicule  $a_x$ , l'angle des roues  $\delta$  ainsi que les éventuelles perturbations  $F_{d_x}$ ,  $F_{d_y}$ ,  $F_{d_z}$ ,  $M_{d_x}$ ,  $M_{d_y}$  et  $M_{d_z}$ .

TABLE III.2 – Notations du modèle non-linéaire (châssis)

Paramètre	Description	Unité
$a_x$	accélération longitudinale	$[m.s^{-2}]$
$a_y$	accélération latérale	$[m.s^{-2}]$
$\ddot{z}_s$	accélération verticale du châssis	$[m.s^{-2}]$
$\ddot{\theta}$	accélération de tangage	$[rad.s^{-2}]$
$\ddot{\psi}$	accélération de lacet	$[rad.s^{-2}]$
$\ddot{\phi}$	accélération de roulis	$[rad.s^{-2}]$
$\beta_{CoG}$	angle de glissement au centre de gravité	$[rad]$
$v_{CoG}$	résultante de la vitesse au centre de gravité	$[m.s^{-1}]$
$\delta$	angle des roues	$[rad]$
$m$	masse totale du véhicule	$[kg]$
$t_f$	demi essieu avant	$[m]$
$t_r$	demi essieu arrière	$[m]$
$l_f$	distance du centre de gravité à l'essieu avant	$[m]$
$l_r$	distance du centre de gravité à l'essieu arrière	$[m]$
$F_{tx_{fl}}$	effort longitudinal du pneumatique avant gauche	$[N]$
$F_{tx_{fr}}$	effort longitudinal du pneumatique avant droit	$[N]$
$F_{tx_{rl}}$	effort longitudinal du pneumatique arrière gauche	$[N]$
$F_{tx_{rr}}$	effort longitudinal du pneumatique arrière droit	$[N]$
$F_{t_{xf}}$	résultante longitudinale des efforts pneumatiques avant	$[N]$
$F_{t_{xr}}$	résultante longitudinale des efforts pneumatiques arrière	$[N]$
$F_{ty_{fl}}$	effort latéral du pneumatique avant gauche	$[N]$
$F_{ty_{fr}}$	effort latéral du pneumatique avant droit	$[N]$
$F_{ty_{rl}}$	effort latéral du pneumatique arrière gauche	$[N]$
$F_{ty_{rr}}$	effort latéral du pneumatique arrière droit	$[N]$
$F_{t_{yf}}$	résultante latérale des efforts avant	$[N]$
$F_{t_{yr}}$	résultante latérale des efforts arrière	$[N]$
$F_{s_{fl}}$	effort vertical de la suspension avant gauche	$[N]$
$F_{s_{fr}}$	effort vertical de la suspension avant droite	$[N]$
$F_{s_{rl}}$	effort vertical de la suspension arrière gauche	$[N]$
$F_{s_{rr}}$	effort vertical de la suspension arrière droite	$[N]$
$F_{s_f}$	résultante des efforts verticaux avant	$[N]$
$F_{s_r}$	résultante des efforts verticaux arrière	$[N]$
$F_{d_x}$	perturbation longitudinale	$[N]$
$F_{d_y}$	perturbation latérale	$[N]$
$F_{d_z}$	perturbation verticale	$[N]$
$M_{d_x}$	moment de perturbation longitudinale	$[N]$
$M_{d_y}$	moment de perturbation latérale	$[N]$
$M_{d_z}$	moment de perturbation verticale	$[N]$

TABLE III.3 – Notations du modèle non-linéaire (pneumatique + suspension)

Paramètre	Description	Unité
$\ddot{z}_{usij}$	accélération verticale de la masse non suspendue	$[m.s^{-2}]$
$a_y$	accélération latérale	$[m.s^{-2}]$
$F_{s zij}$	effort des suspensions	$[N]$
$F_{t zij}$	effort vertical du pneumatique	$[N]$
$z_{s ij}$	position verticale du châssis	$[m]$
$z_{us ij}$	position verticale de la masse non suspendue	$[m]$
$z_{def ij}$	déflexion de la suspension	$[m]$
$z_{def t ij}$	déflexion du pneumatique	$[m]$
$R_{ij}$	rayon effectif de la roue	$[m]$
$T_{ij}$	couple fourni par l'équipement (moteur, frein)	$[N]$
$\omega_{ij}$	vitesse de rotation de la roue	$[rad.s^{-1}]$
$\beta_f$	angle de glissement des roues avant	$[rad]$
$\beta_r$	angle de glissement des roues arrière	$[rad]$
$\lambda_{ij}$	coefficient d'adhérence de la roue	
$m_{us ij}$	poids de la masse non suspendue	$[kg]$

### III.5.2 Validations expérimentales sur le véhicule

Afin de valider le modèle préalablement établi, deux type d'essais ont été effectués. Tout d'abord, le test du sinus wobulé. Dans cet essai, la vitesse du véhicule est relativement constante  $v = 30km.h^{-1}$ , et l'angle du volant est excité par un sinus de différentes fréquences et différentes amplitudes.

- $v = 40km.h^{-1}$  : section III.5.2.a
- $v = 60km.h^{-1}$  : section III.5.2.b
- $v = 80km.h^{-1}$  : section III.5.2.c

Enfin, le véhicule est soumis au test de l'Elan pour deux vitesses :

- $v = 30km.h^{-1}$  : section III.5.2.d
- $v = 80km.h^{-1}$  : section III.5.2.e

Le test de l'Elan est une manœuvre d'évitement d'obstacle qui permet d'évaluer la tenue de route d'un véhicule. Le circuit est préalablement composé d'un virage sur la gauche, puis de l'évitement.

#### III.5.2.a Sinus wobulé à $v = 40km.h^{-1}$

Dans cette manipulation, le véhicule atteint une vitesse proche de  $v = 40km.h^{-1}$ . L'entrée du système est l'accélération longitudinale ainsi que l'angle au volant présenté respectivement en figure III.9(a) et III.9(b).

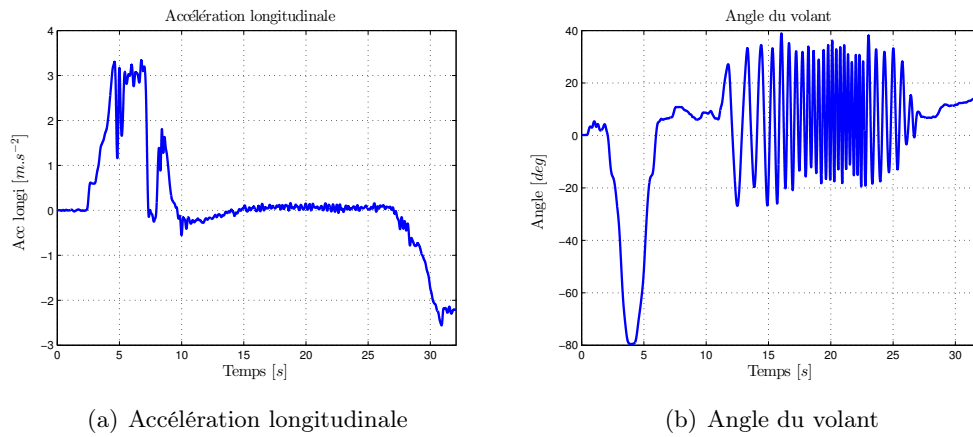
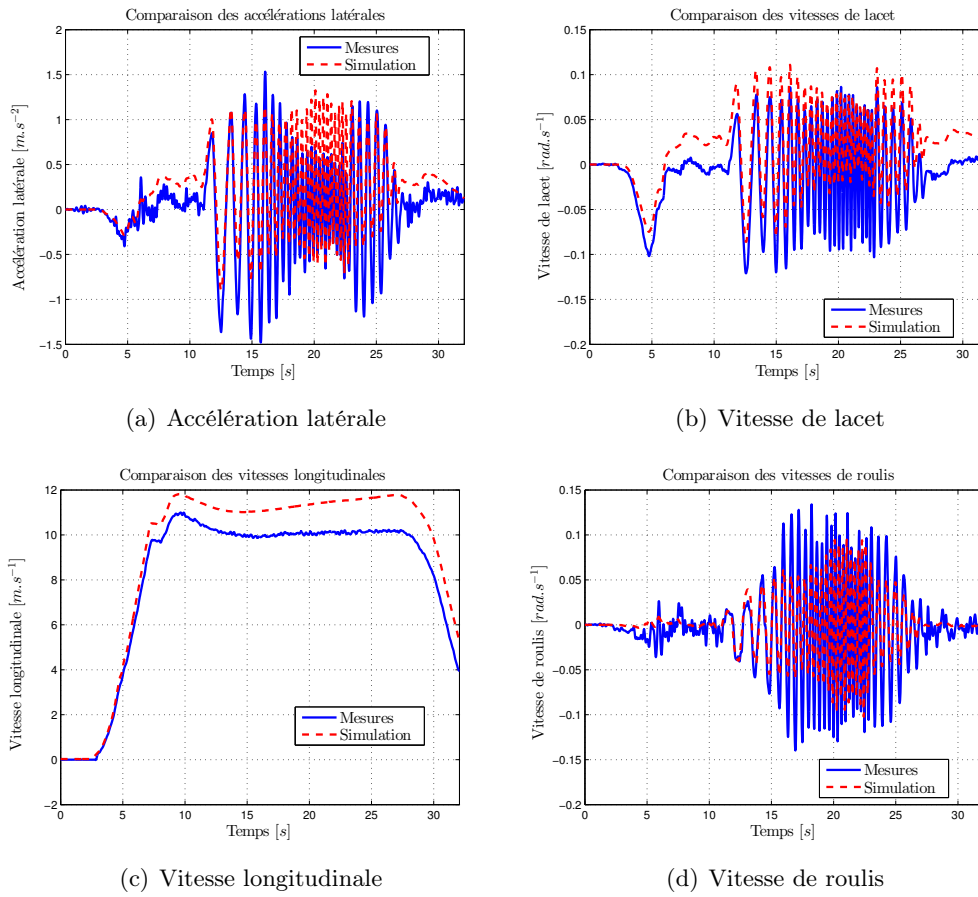


FIGURE III.9 – Signaux d'entrées du simulateur pour  $v = 40km.h^{-1}$

Les comparaisons entre le modèle non linéaire et les signaux expérimentaux sont présentés sur la figure III.10.

FIGURE III.10 – Comparaison des signaux réels et du simulateur pour  $v = 40 \text{ km.h}^{-1}$

III.5.2.b Sinus wobulé à  $v = 60 km.h^{-1}$ 

Dans cette manipulation, le véhicule atteint une vitesse proche de  $v = 60 km.h^{-1}$ . L'entrée du système est l'accélération longitudinale ainsi que l'angle au volant présenté respectivement en figure III.11(a) et III.11(b).

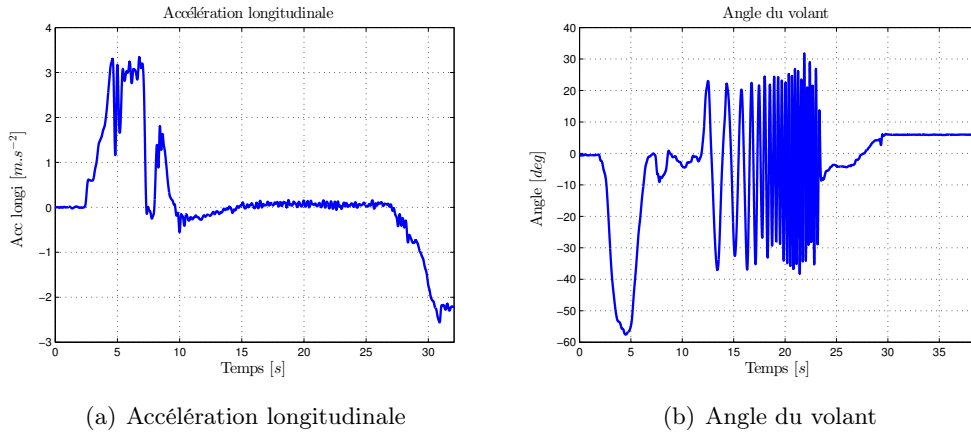


FIGURE III.11 – Signaux d'entrées du simulateur pour  $v = 60 km.h^{-1}$

Les comparaisons entre le modèle non linéaire et les signaux expérimentaux sont présentés sur la figure III.12.



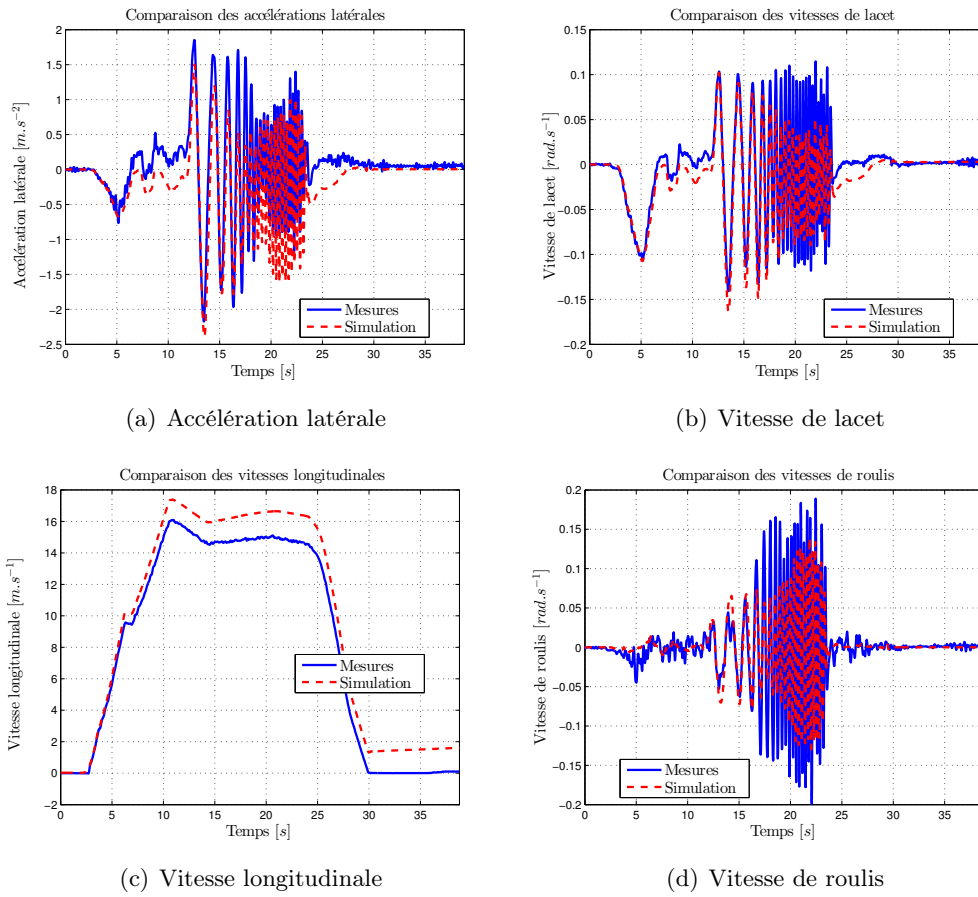


FIGURE III.12 – Comparaison des signaux réels et du simulateur pour  $v = 60 km.h^{-1}$

III.5.2.c Sinus wobulé à  $v = 80 km.h^{-1}$ 

Dans cette manipulation, le véhicule atteint une vitesse proche de  $v = 80 km.h^{-1}$ . L'entrée du système est l'accélération longitudinale ainsi que l'angle au volant présenté respectivement en figure III.13(a) et III.13(b).

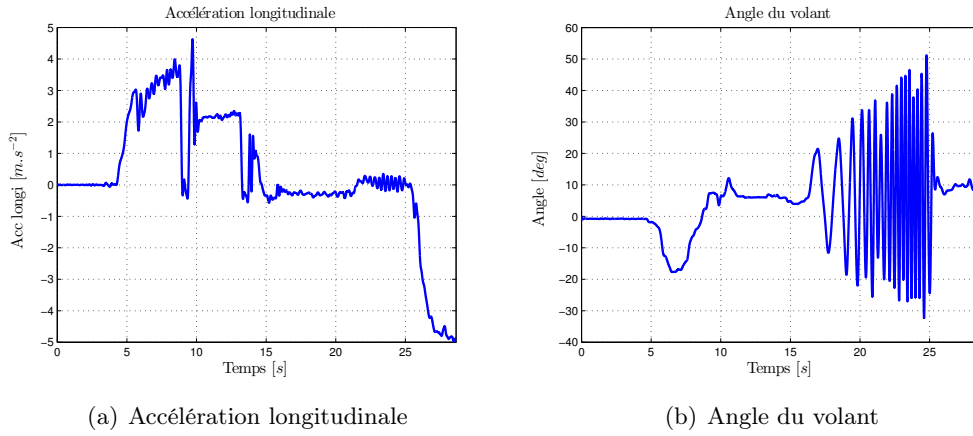
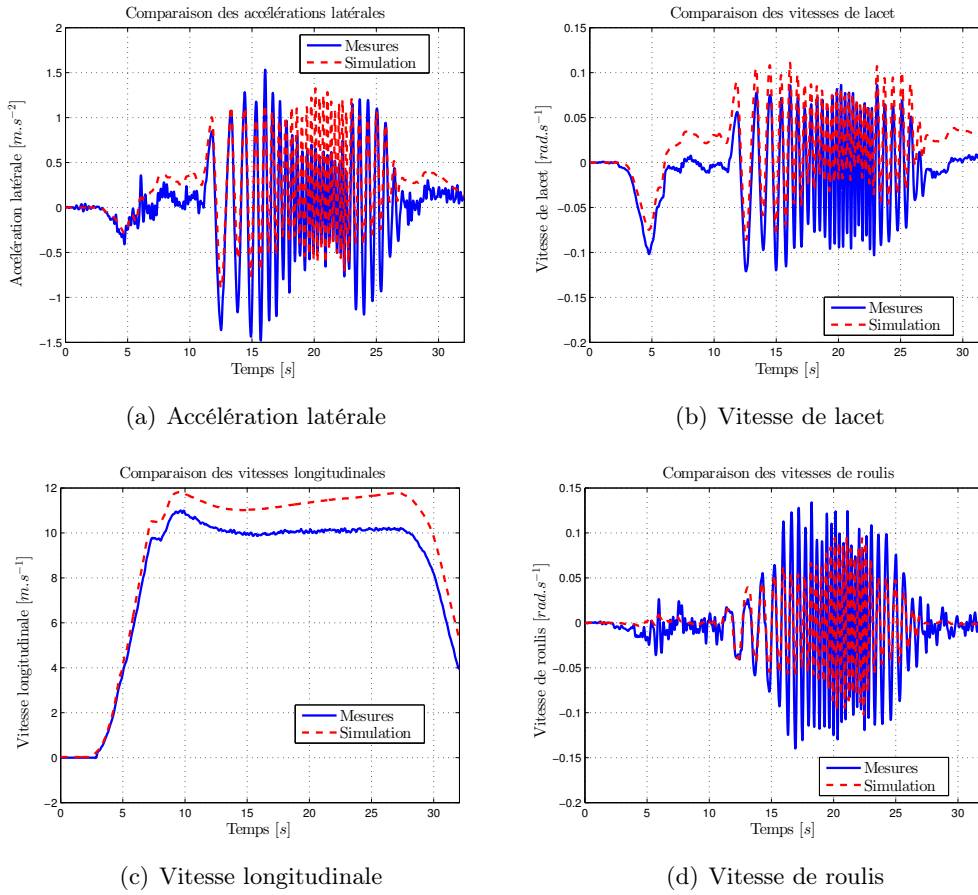


FIGURE III.13 – Signaux d'entrées du simulateur pour  $v = 80 km.h^{-1}$

Les comparaisons entre le modèle non linéaire et les signaux expérimentaux sont présentés sur la figure III.14.

FIGURE III.14 – Comparaison des signaux réels et du simulateur pour  $v = 80 \text{ km.h}^{-1}$

III.5.2.d Évitement d'obstacle ou test de l'Elan  $v = 30km.h^{-1}$ 

Dans cette manipulation, le véhicule atteint une vitesse proche de  $v = 30km.h^{-1}$ . L'entrée du système est l'accélération longitudinale ainsi que l'angle au volant présenté respectivement en figure III.13(a) et III.13(b).

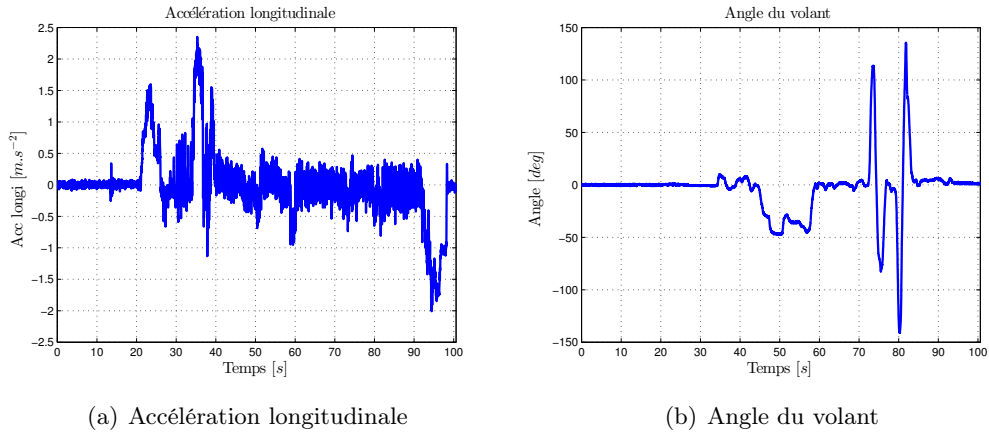


FIGURE III.15 – Signaux d'entrées du simulateur pour  $v = 30km.h^{-1}$

Les comparaisons entre le modèle non linéaire et les signaux expérimentaux sont présentés sur la figure III.16.

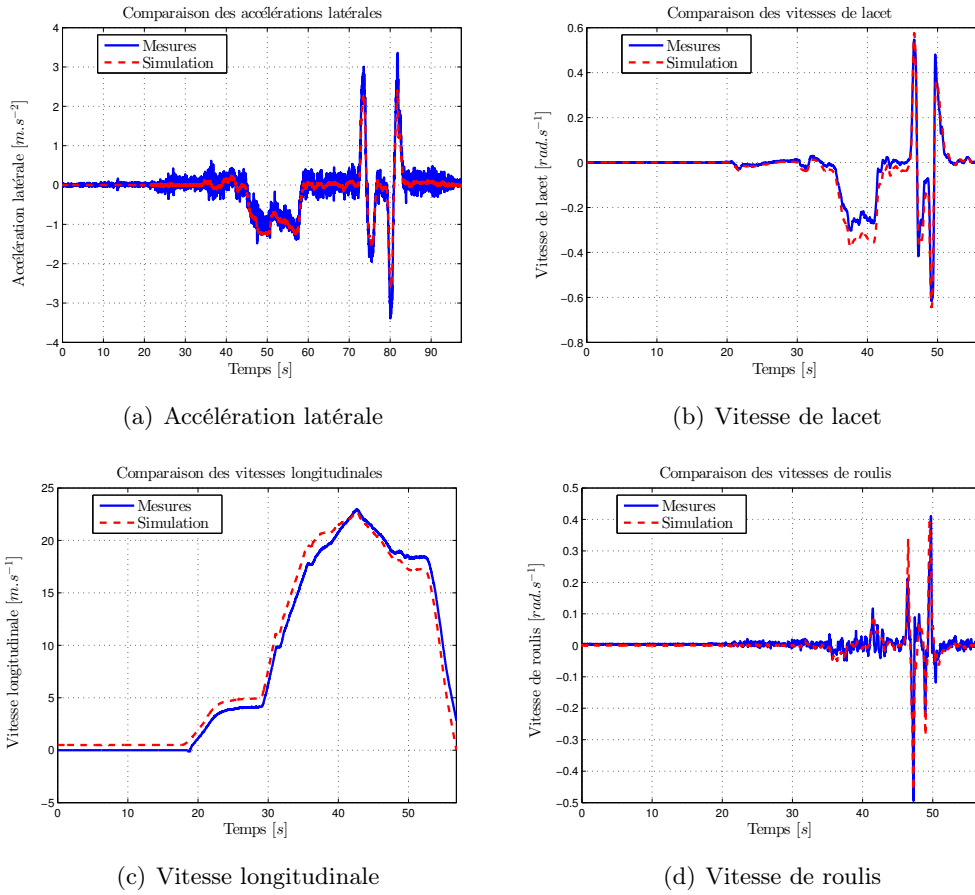


FIGURE III.16 – Comparaison des signaux réels et du simulateur pour  $v = 30 \text{ km.h}^{-1}$

III.5.2.e Évitement d'obstacle ou test de l'Elan  $v = 80km.h^{-1}$ 

Dans cette manipulation, le véhicule atteint une vitesse proche de  $v = 80km.h^{-1}$ . L'entrée du système est l'accélération longitudinale ainsi que l'angle au volant présenté respectivement en figure III.17(a) et III.17(b).

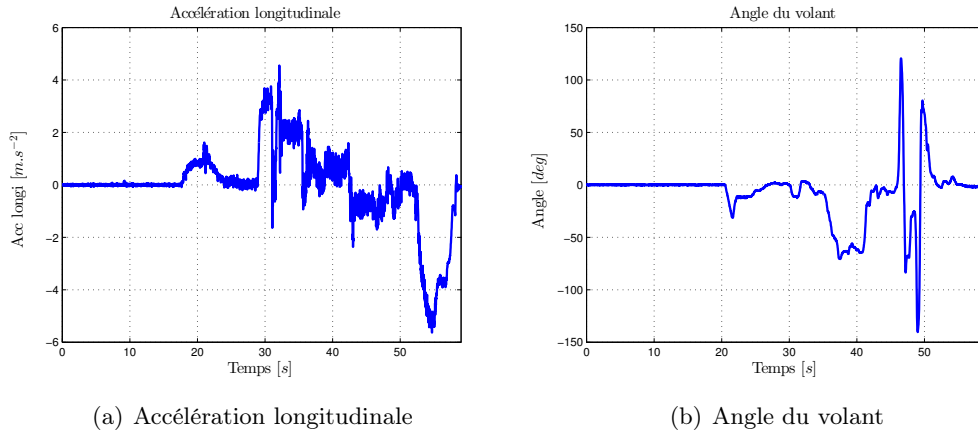


FIGURE III.17 – Signaux d'entrées du simulateur pour  $v = 80km.h^{-1}$

Les comparaisons entre le modèle non linéaire et les signaux expérimentaux sont présentés sur la figure III.18.

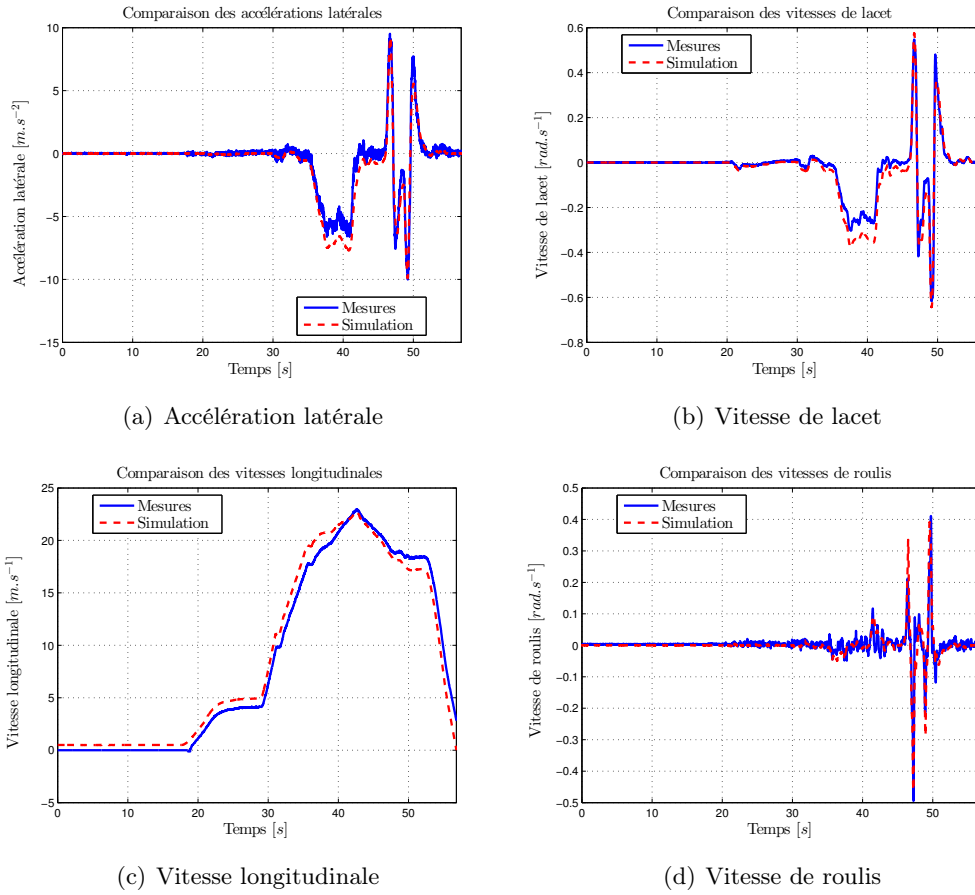


FIGURE III.18 – Comparaison des signaux réels et du simulateur pour  $v = 80 \text{ km.h}^{-1}$

### III.5.2.f Conclusion des validations

On remarque que d'une manière générale, les résultats du simulateur et les résultats expérimentaux sont relativement proches.

Cependant, on remarque quelques différences, notamment dans les tests fréquentiels des sinus wobulés. Ces différences viennent essentiellement des erreurs de modélisation des pneumatiques. En effet, bien que le modèle non linéaire (III.26) soit considéré, les paramètres sont très difficiles à étalonner. Ils dépendent notamment des conditions de route, de l'humidité, de la température etc ...

De plus, ces essais sollicitent les pneumatiques dans des zones fortement non-linéaires.

Cependant, on retrouve la tendance générale de la dynamique du véhicule. On constate que les résultats du test de l'Elan sont très proche des résultats expérimentaux.

## III.6 Conclusion

Dans cette section, les différents modèle de véhicule utilisé pour la synthèse de contrôleurs, d'observateurs et/ou de détecteurs de défauts sont présentés. La majorité de ces modèles s'écrivent sous la forme de systèmes LPV.

Un modèle complet du véhicule ayant été validé expérimentalement a été présenté. Ce modèle a été intégré dans la toolbox **Automotive toolbox** développée au Gipsa-Lab et permet de simuler le véhicule. Ce modèle est certes non parfait, mais retranscrit bien la dynamique du véhicule en situation de conduite classique voir peu critique.

A partir de ces modèles, des détecteurs de défauts et de situations critiques sont proposées dans les chapitres V concernant la dynamique latérale du véhicule puis dans le chapitre VI pour la dynamique verticale. Les méthodologies sont proposées dans le chapitre suivant IV.





# Espace de parité pour systèmes incertains et à paramètres variants (LPV)

---

## Sommaire

---

<b>IV.1 Introduction</b>	<b>66</b>
<b>IV.2 Synthèse de résidus pour systèmes incertains</b>	<b>68</b>
IV.2.1 Introduction	68
IV.2.2 Modélisation des systèmes incertains	69
IV.2.3 Hypothèse et espace de parité	70
IV.2.4 Espace de parité et optimisation	72
IV.2.5 Seuil du résidu	75
IV.2.6 Méthodologie	76
IV.2.7 Conclusion	76
<b>IV.3 Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV</b>	<b>77</b>
IV.3.1 Introduction	77
IV.3.2 Présentation du système	77
IV.3.3 Extension directe : avec inverse formelle	78
IV.3.4 Extension directe : sans inverse formelle	80
IV.3.5 Conclusion	87
<b>IV.4 Synthèse et implémentation de résidu pour systèmes LPV</b>	<b>88</b>
IV.4.1 Introduction et présentation de la méthode	88
IV.4.2 Modélisation du système	89
IV.4.3 Synthèse de résidu	90
IV.4.4 Formulation finale du résidu	90
IV.4.5 Conclusion	91
<b>IV.5 Détection de défaut pour systèmes incertains LPV et à entrées inconnues (<math>\mathcal{U}</math>-LPV)</b>	<b>92</b>
IV.5.1 Introduction	92
IV.5.2 Modélisation des systèmes incertains, LPV à entrées inconnues ( $\mathcal{U}$ -LPV)	92
IV.5.3 Hypothèse du système	93
IV.5.4 Extension de la méthodologie des systèmes LPV	93
IV.5.5 Procédure d'optimisation	94
IV.5.6 Résolution formelle	96

---

IV.5.7 Résolution par optimisation et LMIs . . . . .	96
IV.5.8 Intérêt des paramètres variants qui varient lentement dans le temps . . . . .	101
IV.5.9 Conclusion . . . . .	103
<b>IV.6 Conclusion . . . . .</b>	<b>103</b>

---

## IV.1 Introduction

Comme déjà étudié dans le chapitre II, la détection de défaut consiste à synthétiser une variable appelée résidu dont le but est d’informer d’un défaut. En l’absence d’un défaut, cette variable est nulle (ou proche de 0), et devient significativement non nulle en présence du défaut.

Dans la littérature, la méthodologie de l’espace de parité [Chow 1984, Gertler 1998] a été principalement étudiée pour les systèmes LTI. Le principal intérêt de cette approche réside dans la simplicité d’implémentation du résidu obtenu. En effet, le résidu s’implémente comme une équation aux différences, faisant simplement intervenir des additions et multiplications de scalaires. Ce type d’implémentation est relativement simple et peut s’adapter dans la plupart des micro-contrôleurs actuels.

Cette méthodologie est certes très appréciée dans le contexte informatique, mais ne s’applique que pour les systèmes LTI. Ce chapitre étudie ainsi l’extension de cette approche pour des systèmes plus complexes.

Tout d’abord, la méthodologie est étendue pour les systèmes incertains en section IV.2. Cette approche repose sur la formulation d’un problème d’optimisation min/max, visant à sensibiliser le résidu au défaut tout en limitant l’effet des incertitudes. La méthodologie proposée dans cette section permet la transformation d’un problème d’optimisation avec contraintes en un problème d’optimisation sans contraintes ainsi que la résolution d’un problème d’optimisation quadratique. On notera que l’optimisation du problème quadratique est structurée par le système, c’est-à-dire qu’il dépend directement de la définition du système. Cette méthodologie est par la suite réutilisée dans les autres approches évoquées dans les sections suivantes.

La méthodologie de l’espace de parité est finalement appliquée aux systèmes LPV. L’objectif est de prendre en compte les paramètres variants du système afin de réduire le conservatisme de l’approche. Le résidu obtenu dépendra ainsi des paramètres variants. Deux approches dérivant de l’extension aux systèmes LPV sont proposées dans la section IV.3. La première repose sur la formulation exacte de l’espace de parité LTI en remplaçant les matrices LTI par les matrices LPV. Cette solution requiert de pouvoir calculer une inverse formelle d’une matrice en fonction des paramètres variants. Une autre solution plus élégante dans la section IV.3.4 permet de s’affranchir du calcul de l’inverse formelle mais au prix de calculs plus lourds.

Dans la section IV.4, une approche de simplification du résidu, orienté pour l'implémentation est présentée. Cette approche repose sur l'écriture du système LPV en un nombre de sous-systèmes LTI incertains. L'incertitude repose ainsi sur la variation du paramètre variant entre les sous modèles. Cette approche est dite orientée vers l'implémentation car l'utilisateur doit définir le nombre de sous-systèmes, et ainsi le nombre de sous-résidus en fonction de la cible à utiliser.

Finalement, la section IV.5 propose une méthodologie de synthèse de résidu pour les systèmes LPV comportant des incertitudes et des entrées inconnues, notés systèmes  $\mathcal{U}$ -LPV. L'approche considérée développe un nouveau problème d'optimisation basé sur la modélisation polytopique du système, dont la résolution implique la résolution de LMIs.

Ce chapitre a fait l'objet de diverses publications axée sur la théorie :

**J1** Sébastien Varrier, Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Robust fault detection for Uncertain Unknown Inputs LPV system*, **Control Engineering Practice**, Elsevier, 2014 [Varrier 2014]

**C1** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *A parity space-based fault detection on LPV systems : Approach for vehicle lateral dynamics control system*. 8th IFAC Symposium Safeprocess, México, 8 :1191–1196, 2012. México, México city. [Varrier 2012b]

**C2** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Robust fault detection for vehicle lateral dynamics*. Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, pp. 4366–4371, 2012. USA, Hawaii, Maui. [Varrier 2012f]

et les publications suivantes associées, étant plus axées sur les résultats applicatifs pour les véhicules automobiles :

**J3** Juan C. Tudón-Martínez, Sébastien Varrier and Jorge de-J. Lozoya-Santos and Ruben Morales-Menendez, *Control Tolerante a Fallas en una Suspensión Automotriz Semi-activa*, Soumis à **IEEE Latin America Transactions**, 2013 [Tudón-Martínez 2013]

**J4** Sébastien Varrier and Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*, **Journal Européen des Systèmes Automatisés**, 2013 [Varrier 2013c]

**C3** Sébastien Varrier, Németh Balázs, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Peter Gáspár. *Robust suspension fault detection*. Proceedings of the 20th VSDIA, 2012. Hungary, Budapest. [Varrier 2012a]

**C5** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Olivier Sename. *Fault tolerant control of a semi-active suspension system based on robust fault detection*. 10th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, 2013. [Martínez 2013b]

**C6** Sébastien Varrier, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Diana Hernandez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menéndez. *Fault de-*

- tection in automotive semi-active suspension : Experimental results*. Proceedings of the SAE 2013 World Congress, 2013. USA, Michigan, Detroit. [Varrier 2013a]
- C7** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Ricardo A. Ramírez-Mendoza. *Suspension control strategy for a fully electrified vehicle*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Martínez 2013d]
- C8** Sébastien Varrier, Carlos Vivas-Lopez, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menendez. *Applicative fault tolerant control for semi-active suspension system : Preliminary results*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Varrier 2013e]
- C9** Juan Carlos Tudón Martínez, Soheib Fergani, Sébastien Varrier Olivier Sename, Luc Dugard, Ruben Morales-Menendez, Ricardo Ramírez-Mendoza. *Road adaptive semi-active suspension in a pick-up truck using an lpv controller*. Proceedings of the 7th Ifac Symposium on Advances in Automotive Control, 2013. [Martínez 2013a]
- C10** Luc Dugard, Sébastien Varrier, Juan-C. Tudón-Martínez, Widya Nila Velayati, John-Jairo Martinez, Damien Koenig, Olivier Sename. *Detection of critical situations for vehicle longitudinal dynamics*. 17th international conference on vehicle dynamics, 2013. France, Mulhouse. [Dugard 2013]
- C11** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Olivier Sename, Ruben Morales-Menendez, John-Jairo Martinez, Luc Dugard *Fault Tolerant Strategy for Semi-active Suspensions with LPV Accommodation*, **2nd International Conference on Control and Fault Tolerant Systems**, 2013. [Martínez 2013c]
- N2** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*. 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 2013. France, Strasbourg. [Varrier 2013b]

## IV.2 Synthèse de résidus pour systèmes incertains

### IV.2.1 Introduction

Dans cette section, la synthèse de résidu est proposée pour les systèmes linéaires sujets à des incertitudes et à des entrées inconnues.

La modélisation de tels systèmes est tout d'abord étudiée, puis une extension de la méthodologie de l'espace de parité est proposée. L'objectif de la synthèse du résidu se réduit alors à un problème d'optimisation min/max dont le but est de maximiser la sensibilité du résidu au défaut et minimiser sa sensibilité vis-à-vis des incertitudes et entrées inconnues. Le problème d'optimisation avec contrainte est transformé en un problème d'optimisation sans contrainte permettant de résoudre le problème d'optimisation.

## IV.2.2 Modélisation des systèmes incertains

On considère un système linéaire incertain  $\Sigma_{LTIu}$  de la forme :

$$x(k+1) = \bar{A}x(k) + Bu(k) + B_d d(k) + B_f f(k) \quad (\text{IV.1a})$$

$$y(k) = \bar{C}x(k) + Du(k) + D_d d(k) + D_f f(k) \quad (\text{IV.1b})$$

où les matrices sur-lignées  $\bar{X}$  représentent des matrices incertaines,  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $y \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des sorties,  $u \in \mathbb{R}^l$  les entrées mesurées,  $d \in \mathbb{R}^{n_d}$  les entrées inconnues (ou non mesurées) et  $f \in \mathbb{R}^{n_f}$  les fautes.

Les incertitudes sont considérées comme étant de forme affine :

$$\bar{X} = X_0 + \sum_{i=1}^{N_i} \widetilde{X}_i \delta_i = X_0 + \underbrace{\begin{bmatrix} \widetilde{X}_1 & \widetilde{X}_2 & \cdots & \widetilde{X}_{N_i} \end{bmatrix}}_{\widetilde{X}} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{N_i} \end{bmatrix}}_{\delta} \quad (\text{IV.2})$$

où  $X_0$  représente la valeur nominale de la matrice, les  $\widetilde{X}_i$  étant des matrices connues et  $\delta_i$  des scalaires inconnus.

Grâce à ce type de modélisation (équation (IV.1)), différents types d'incertitudes peuvent être considérées, aussi bien sur l'état  $x$  du système avec les matrices  $\widetilde{X}$  que sur les mesures des sorties  $y$  ou entrées  $u$  avec les entrées inconnues  $d$ . En effet, les entrées inconnues  $d$  peuvent représenter aussi bien des dynamiques négligées ou des perturbations des actionneurs.

## Sensibilité sélective à une classe de défauts

Dans certaines applications, il peut être intéressant de synthétiser un résidu n'étant seulement sensible à une certaine classe de défauts  $f_1(k)$  tout en étant insensible à d'autres défauts  $f_2(k)$ . Pour cela, la matrice  $B_f$  dans (IV.1) est décomposée en deux sous-matrices  $B_f = [B_{f1} \ B_{f2}]$ . Les défauts  $f(k)$  ayant la forme  $f(k) = \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix}$ , on obtient le produit :

$$B_f f(k) = [B_{f1} \ B_{f2}] \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix} = B_{f1} f_1(k) + B_{f2} f_2(k) \quad (\text{IV.3})$$

La partie à laquelle on souhaite être insensible  $B_{f2} f_2(k)$  sera considérée comme une entrée inconnue. On obtient les nouvelles matrices de distribution des entrées inconnues  $B_d^*$  et des défauts  $B_f^*$  de la forme :

$$B_d^* = [B_d \ B_{f2}] \quad (\text{IV.4a})$$

$$B_f^* = B_{f1} \quad (\text{IV.4b})$$

et les nouvelles entrées inconnues  $d^*(k)$  et les défauts  $f^*(k)$  :

$$d^*(k) = \begin{bmatrix} d(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5a})$$

$$f^*(k) = f_1(k) \quad (\text{IV.5b})$$

Dans ce cas, le résidu ne sera sensible qu'aux défauts  $f^*(k) \triangleq f_1(k)$  puisque  $f_2(k) \subset d^*(k)$  sera considéré comme une entrée inconnue et son effet sur le résidu devra donc être atténuée.

Finalement, le système incertain  $\Sigma_{LTIu}$  se réécrit sous la forme :

$$x(k+1) = A_0 x(k) + \tilde{A} \delta x(k) + B u(k) + B_d d(k) + B_f f(k) \quad (\text{IV.6a})$$

$$y(k) = C_0 x(k) + \tilde{C} \delta x(k) + D u(k) + D_d d(k) + D_f f(k) \quad (\text{IV.6b})$$

où les matrices :

- $A_0$ ,  $B$ ,  $C_0$  et  $D$  représentent la partie nominale du système ;
- $\tilde{A}$ ,  $\tilde{C}$ ,  $B_d$  et  $D_d$  la partie incertaine ;
- $B_f$  et  $D_f$  la distribution des défauts sur le système.

### IV.2.3 Hypothèse et espace de parité

**H1 :** Afin de garantir que le résidu sera bien sensible au défaut, le système considéré devra être observable quelque soit la combinaison des incertitudes  $\delta(k)$ .

En appliquant la méthodologie présentée dans la section II.6.1.c, sur le système (IV.6), on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} Y_s(k) - H_{us} U_s(k) &= H_{os} x(k) + \sum_i \left( \zeta(i) \tilde{H}_{os,i} \right) x(k) \\ &+ \sum_i \left( \zeta(i) \tilde{H}_{us,i} \right) U_s(k) + H_{ds} U_{ds}(k) + \sum_i \left( \zeta(i) \tilde{H}_{ds,i} \right) U_s(k) \\ &+ \underbrace{\left[ H_{fs,nom} \quad \zeta(i) H_{fs,i} \right]}_{H_{fs}} F_s(k) \quad (\text{IV.7a}) \end{aligned}$$

avec :

$$Y_s = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7b})$$

$$U_s = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7c})$$

$$U_{ds} = \begin{bmatrix} d(k) \\ d(k+1) \\ \vdots \\ d(k+s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7d})$$

et où les matrices nominales sont données par :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_0 A_0 \\ \vdots \\ C_0 A_0^{s-1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7e})$$

$$H_{us} = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ C_0 B & D & 0 & \cdots & 0 \\ C_0 A_0 B & C_0 B & D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ C_0 A_0^{s-1} B & C_0 A_0^{s-2} B & \cdots & C_0 B & D \end{bmatrix} \quad (\text{IV.7f})$$

Les matrices relatives aux incertitudes ne sont pas présentées ici car sont dépendantes de la structure considérée et s'avèrent complexes à formuler. Cependant, le lecteur peut aisément reconstruire ces matrices manuellement.

Les matrices contenant des incertitudes dépendent des  $\delta_i$  et des produits induits par le biais du vecteur  $\zeta$  sous la forme :

$$\zeta = [\delta_1 \quad \cdots \quad \delta_{N_i} \quad \delta_1 \delta_2 \quad \cdots \quad \delta_1^p \quad \cdots \quad \delta_{N_i}^{s+1}] \quad (\text{IV.7g})$$

#### Remarque IV.1

*L'approche classique (triviale) de l'espace de parité (voir section II.6 pour les rappels de la méthodologie) consisterait à trouver une matrice  $W$  tel que :*

$$W^T \begin{bmatrix} H_{os} & \tilde{H}_{os} & \tilde{H}_{us} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

où

- la matrice  $H_{os}$ , est relative aux états du système ;



- les matrices  $\tilde{H}_{os}$ ,  $H_{ds}$ ,  $H_{us}$  et  $H_{ds,i}$  sont relatives aux incertitudes et entrées inconnues.

Cependant, cette approche est beaucoup trop conservatrice. En effet, la matrice  $\begin{bmatrix} H_{os} & \tilde{H}_{os} & \tilde{H}_{us} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds} \end{bmatrix}$  possède beaucoup trop de colonnes (et aura ainsi un rang non dégénéré). Une solution consisterait cependant à augmenter l'horizon  $s$  dans l'objectif de dégénérer le rang ligne de cette matrice. Dans ce cas, le résidu serait sensible au défaut durant tout l'horizon  $s$ . Du fait de sa valeur importante, le résidu présenterait alors une grande période de fausse alarme ou encore un temps de détection trop long.

Afin de palier à la contrainte formulée en IV.1, l'approche par optimisation a été développée car elle permet de réduire l'horizon  $s$ .

#### IV.2.4 Espace de parité et optimisation

Du fait que la contrainte présentée en (IV.8) soit très difficile à satisfaire, une approche par optimisation est proposée. Le résidu à implémenter est toujours de la forme :

$$r_{LTIu}(k) = W^T (Y_s(k) - H_{us} U_s(k)) \quad (\text{IV.9})$$

L'objectif est maintenant de trouver la matrice de parité  $W$  qui satisfasse le problème :

$$\text{trouver } W \text{ telle que : } \begin{cases} W^T H_{os} = 0 \\ \max_W \|W^T H_{fs}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{os}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{us}\|^2 \\ \min_W \|W^T H_{ds}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{ds}\|^2 \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Ce problème a pour objectif de garantir que le résidu sera parfaitement insensible aux états du systèmes dans le cas nominal. On ajoute ainsi la contrainte d'orthogonalité au système nominal. Par la suite, la matrice  $W$  sera synthétisée de manière à maximiser l'effet du défaut sur le résidu tout en minimisant les effets des perturbations et entrées inconnues.

Ces objectifs d'optimisation sont alors transformés en un problème d'optimisation  $\mathcal{P}_1$  :

$$\mathcal{P}_1 : \begin{cases} W^T H_{os} = 0 \\ \min_W \frac{\|W^T G\|^2}{\|W^T H_{fs}\|^2} \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

avec  $G$  défini par  $G = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{os} & \tilde{H}_{us} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds} \end{bmatrix}$ .

## IV.2.4.a Transformation en un problème d'optimisation sans contraintes

La problème d'optimisation (IV.11) est un problème d'optimisation avec contraintes, donc difficile à résoudre.

Cependant, après quelques manipulations algébriques, ce problème d'optimisation avec contraintes peut se réécrire sous la forme d'un problème d'optimisation sans contraintes.

La matrice  $H_{os}$  peut toujours se réécrire sous la forme :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} H_{os1} \\ H_{os2} \end{bmatrix} \quad (IV.12)$$

où la matrice  $H_{os1}$  est régulière, et donc inversible.

**Remarque IV.2**

*D'après l'hypothèse H1 (section IV.2.3), le système (IV.1) est toujours observable. La paire  $(A_0, C_0)$  est donc observable (cas  $\delta = \mathbb{O}_{N \times 1}$ ). Ainsi, la matrice d'observabilité associée  $\mathcal{O}(A_0, C_0)$  est de rang plein. Ainsi,  $H_{os1}$  peut être choisi comme la partie régulière de  $\mathcal{O}(A_0, C_0)$ .*

En décomposant de la même manière la matrice  $W$  par :

$$W^T = [W_1^T \quad W_2^T] \quad (IV.13)$$

la contrainte  $W^T H_{os} = 0$  se réécrit :

$$\begin{aligned} W^T H_{os} = 0 &\Leftrightarrow [W_1^T \quad W_2^T] \begin{bmatrix} H_{os1} \\ H_{os2} \end{bmatrix} = 0 \\ &\Leftrightarrow W_1^T H_{os1} + W_2^T H_{os2} = 0 \\ &\Leftrightarrow W_1^T H_{os1} = -W_2^T H_{os2} \\ &\Leftrightarrow W_1^T = -W_2^T H_{os2} H_{os1}^{-1} \end{aligned} \quad (IV.14)$$

De ce fait, la matrice  $W$  se réécrit :

$$\begin{aligned} W^T &= [W_1^T \quad W_2^T]^T \\ &= [-W_2^T H_{os2} H_{os1}^{-1} \quad W_2^T] \\ &= W_2^T \underbrace{[-H_{os2} H_{os1}^{-1} \quad \mathbb{I}_q]}_P \\ W^T &= W_2^T P \end{aligned} \quad (IV.15)$$

Ainsi, afin de garantir la contrainte d'égalité, la matrice  $W$  est structurée par  $P$ . La contrainte d'orthogonalité au système nominal ne fait donc plus partie du problème d'optimisation.

Il s'en suit un problème d'optimisation sans contrainte selon la variable  $W_2$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 : \min_{W_2} & \frac{\|W_2^T P G\|^2}{\|W_2^T P H_{fs}\|^2} \\ &= \min_{W_2} \frac{W_2^T \Gamma_1 W_2}{W_2^T \Gamma_2 W_2} \end{aligned} \quad (IV.16a)$$

où les matrices  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont symétriques et définies par :

$$\Gamma_1 = PGG^T P^T \quad (\text{IV.16b})$$

$$\Gamma_2 = PH_{fs}H_{fs}^T P^T \quad (\text{IV.16c})$$

#### IV.2.4.b Résolution du problème d'optimisation

Le théorème suivant permet de résoudre ce type de problème d'optimisation :

##### **Théorème IV.1** (*(Ding 2008)*)

Selon le problème d'optimisation suivant :

$$\gamma^* = \min_X \frac{X^T A X}{X^T B X} \quad (\text{IV.17})$$

où les matrices  $A$  et  $B$  sont des matrices symétriques, le minimum  $\gamma^*$  correspondant au critère donné en (IV.17) est atteint en choisissant la solution  $X^*$  définie par :

$$X^* = \vartheta_{\lambda_q(A,B)} \quad (\text{IV.18})$$

où  $\lambda_q(A, B)$  représente la plus petite valeur propre généralisée de la paire  $(A, B)$ , et  $\vartheta_{\lambda_q(A,B)}$  son vecteur propre associé. Le minimum  $\gamma^*$  est donné par :

$$\gamma^* = \lambda_q(A, B) \quad (\text{IV.19})$$

**Démonstration :** On considère la fonction :

$$f_1 : \begin{cases} \mathbb{R}^n & \rightarrow \mathbb{R} \\ X & \mapsto \frac{X^T A X}{X^T B X} = \gamma \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

$\gamma$  est un minimum de  $f_1(X)$  pour  $X = X^*$  si et seulement si :

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial f_1(X)}{\partial X} \right|_{X=X^*} = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{\partial \frac{X^{*T} A X^*}{X^{*T} B X^*}}{\partial X^*} = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{2AX^*X^{*T}BX^* - X^{*T}AX^*2BX^*}{(X^{*T}BX^*)^2} = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{2}{X^{*T}BX^*} \left( AX^* - \frac{X^{*T}AX^*BX^*}{X^{*T}BX^*} \right) = 0 \\ & \Leftrightarrow \frac{2}{X^{*T}BX^*} \left( A - \underbrace{\frac{X^{*T}AX^*}{X^{*T}BX^*}}_{\gamma^*} B \right) X^* = 0 \\ & \Leftrightarrow (A - \gamma^* B)X^* = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

L'équation (IV.21) correspond effectivement à la définition de la valeur propre généralisée. Par conséquent,  $\gamma^*$  représente la valeur propre généralisée et  $X^*$  son vecteur propre associé.

Finalement, comme  $\gamma^*$  est également le critère de minimisation, choisir la plus petite valeur propre généralisée  $\gamma^* = \lambda_q(A, B)$  permet de résoudre le problème d'optimisation. L'optimum  $*$  est ainsi donné par le vecteur propre généralisé  $\vartheta_{\lambda_q(A, B)}$  associé à la plus petite valeur propre généralisée  $\lambda_q(A, B)$ . ■

### IV.2.5 Seuil du résidu

L'indicateur de défaut présenté en (IV.9) est issu d'un processus d'optimisation cherchant à minimiser les effets des incertitudes et à maximiser l'effet des défauts. Du fait de ce processus d'optimisation, la minimisation de l'effet des incertitudes sur le résidu n'est pas parfaite (non nulle) et le résidu (IV.9) pourra demeurer sensible à ces perturbations. Il est toutefois possible de quantifier cette sensibilité en analysant la réponse du résidu. En effet, le résidu est donné par :

$$r_{LTIu}(k) = W^T(Y_s(k) - H_{us}U_s(k)) \quad (IV.22)$$

et grâce à (IV.7), est sensible à :

$$r_{LTIu}(k) = W^T \left[ H_{os}x(k) + \tilde{H}_{os}\tilde{\zeta}x(k) + \tilde{H}_{us}\tilde{\zeta}U_s(k) + H_{ds}U_{ds}(k) + \tilde{H}_{ds}\tilde{\zeta}U_s(k) + H_{fs}F_s(k) \right] \quad (IV.23)$$

Du fait de l'orthogonalité de  $W^T$  à  $H_{os}$ , le terme  $W^T H_{os}$  est éliminé. Il reste ainsi les termes liés aux incertitudes et aux défauts sous la forme :

$$r_{LTIu}(k) = W^T \Lambda(k) + W^T H_{fs}F_s(k) \quad (IV.24a)$$

avec

$$\Lambda(k) = \tilde{H}_{os}\tilde{\zeta}x(k) + \tilde{H}_{us}\tilde{\zeta}U_s(k) + H_{ds}U_{ds}(k) + \tilde{H}_{ds}\tilde{\zeta}U_s(k) \quad (IV.24b)$$

On remarque bien avec (IV.24b) que le résidu sera sensible aux incertitudes même en l'absence du défaut ( $F_s(k) = 0$ ).

Cependant, si le terme  $W^T \Lambda(k)$  peut être borné, c'est-à-dire :

$$\underline{\lambda}(k) \leq W^T \Lambda(k) \leq \bar{\lambda}(k) \quad (IV.25)$$

le système pourra être considéré comme étant sain si le résidu appartient à l'enveloppe formée par les bornes de  $W^T \Lambda(k)$  :

- Le système est sain si  $r_{LTIu}(k) \in C_o\{\underline{\lambda}(k), \bar{\lambda}(k)\}$
- Le système présente un défaut si  $r_{LTIu}(k) \notin C_o\{\underline{\lambda}(k), \bar{\lambda}(k)\}$

Les limites de cette approche restent donc la détection d'un défaut de faible amplitude. En effet, on ne pourra plus distinguer un défaut qui serait trop petit vis-à-vis de la limite formée par l'enveloppe de  $W^T \Lambda(k)$ . La figure IV.1 présente un défaut de faible amplitude durant les 25 premières secondes puis un second défaut à partir de  $t = 70s$ . L'enveloppe définie par  $\underline{\lambda}(k)$  et  $\bar{\lambda}(k)$  ne permet pas de détecter le premier défaut.

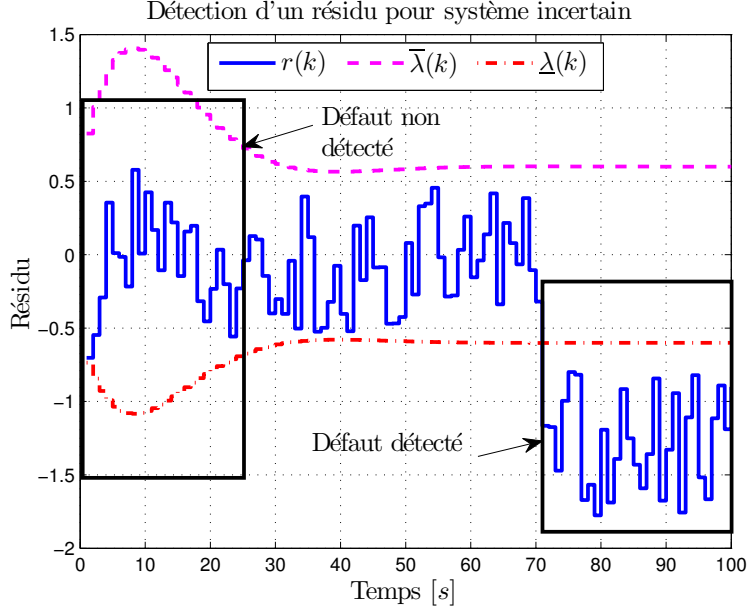


FIGURE IV.1 – Illustration de la détection du résidu

#### IV.2.6 Méthodologie

Comme présenté précédemment, la méthodologie pour synthétiser un résidu  $r(k)$  afin de détecter le défaut  $f(k)$  sur le système incertain (IV.1) se décompose en 4 points :

1. Étendre les mesures selon l'horizon  $s$  en choisissant  $s \geq E\left(\frac{n}{m}\right)$
2. Découpler le résidu du système nominal en construisant la matrice  $P$  à partir du modèle nominal :

$$P \triangleq [H_{os2}H_{os1}^{-1} \quad \mathbb{I}]$$

3. Synthétiser la matrice  $W_2$  comme :

$$W_2 \triangleq \vartheta_{\lambda_q}(\Gamma_1, \Gamma_2)$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= PGG^TP^T \\ \Gamma_2 &= PH_{fs}H_{fs}^TP^T \end{aligned}$$

4. Implémenter le résidu  $r(k) = W(Y_s(k) - H_{us}U_s(k))$

#### IV.2.7 Conclusion

Dans cette section, une approche de détection de défauts pour systèmes incertains est présentée. Par extension de la méthodologie de l'espace de parité, il est

### IV.3. Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV

possible de synthétiser un résidu robuste aux incertitudes. La méthodologie est basée sur la formulation d'un problème d'optimisation avec contrainte. Le passage d'un système d'optimisation avec contrainte en un problème d'optimisation sans contrainte est une méthodologie qui sera réutilisée dans les diverses approches proposées par la suite.

Une application directe de cette approche pour les systèmes LPV consisterait à considérer les paramètres variants connus en entrées inconnues  $\rho = [\tilde{\delta} \quad d]^T$ . Cependant, cette formulation reste très conservative, et d'autres approches prenant en compte les paramètres variants du système sont présentées.

## IV.3 Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV

### IV.3.1 Introduction

Cette section présente une adaptation de la méthodologie de l'espace de parité pour les systèmes LPV. L'objectif étant de prendre en compte dès la synthèse les paramètres variants du système afin de réduire le conservatisme de l'approche.

Deux approches sont développées. La première consiste en l'extension directe de la méthodologie de l'espace de parité. Cette première méthode nécessite de réaliser l'inverse formelle de matrices car dépendantes de paramètres variants.

A contrario, la seconde approche permet de s'affranchir du calcul de l'inverse formelle. Cette seconde méthode requiert cependant de formuler des matrices plus grandes, et donc plus complexes.

### IV.3.2 Présentation du système

On considère un système linéaire à paramètres variants en temps discret de la forme :

$$x(k+1) = A(\rho(k))x(k) + B(\rho(k))u(k) \quad (\text{IV.26a})$$

$$y(k) = C(\rho(k))x(k) + D(\rho(k))u(k) \quad (\text{IV.26b})$$

où  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $u(k) \in \mathbb{R}^l$  les entrées de commande,  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  les sorties mesurées du système et  $\rho(k) [\rho_0(k) \quad \rho_1(k) \quad \cdots \quad \rho_N(k)] \in \mathbb{R}^{N+1}$  représente le vecteur des  $N+1$  paramètres variants du système.

Dans l'approche proposée, il est considéré que le système LPV est sous la forme affine, c'est-à-dire que les matrices  $A(\rho(k))$ ,  $B(\rho(k))$ ,  $C(\rho(k))$  et  $D(\rho(k))$  s'écrivent sous la forme :

$$X(\rho(k)) = \rho_0(k)X_0 + \rho_1(k)X_1 + \cdots + \rho_N(k)X_N \quad (\text{IV.27a})$$

$$X(\rho(k)) = \sum_{i=0}^N \rho_i(k)X_i \quad (\text{IV.27b})$$

L'objectif de l'approche est de détecter un défaut présent sur le système IV.26. Le système avec défaut se réécrit :

$$x(k+1) = A(\rho(k))x(k) + B(\rho(k))u(k) + R(\rho(k))f(k) \quad (\text{IV.28a})$$

$$y(k) = C(\rho(k))x(k) + D(\rho(k))u(k) + S(\rho(k))f(k) \quad (\text{IV.28b})$$

où  $f(k) \in \mathbb{R}^{n_f}$  est le vecteur des défauts à détecter. Il est considéré que les matrices  $R(\rho(k))$  et  $S(\rho(k))$  dépendent des paramètres variants.

Dans cette section, il est présenté une méthodologie pour synthétiser une matrice  $W(\rho(k))$ , appelée matrice de parité, de manière à rendre le résidu défini par :

$$r(k) \triangleq W(\rho(k)) \left( \begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} - H_{us}(\rho(k)) \begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-(s-1)) \\ \vdots \\ u(k-1) \\ u(k) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{IV.29})$$

sensible aux défauts présents dans le système.

### IV.3.3 Extension directe : avec inverse formelle

Dans cette section, on s'intéresse à l'extension directe du principe de l'espace de parité en considérant les matrices du système comme étant dépendantes de paramètres variants. L'extension est alors directe. Avec la formulation du système en (IV.26) et en appliquant la méthodologie de la section II.6.1.c, l'expression des sorties sur l'horizon d'intégration  $s$  donne :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y_s(k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} C(\rho(k-s)) \\ C(\rho(k-(s-1)))A(\rho(k-s)) \\ \vdots \\ C(\rho(k)) \prod_{i=1}^{s-1} A(\rho(k+i-1)) \end{bmatrix}}_{H_{os}(\rho(k))} x(k-s) + H_{us}(\rho(k-s)) \underbrace{\begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}}_{U_s(k)} \quad (\text{IV.30})$$





Ainsi, la matrice  $W(\rho(k))$  de (IV.34) s'écrit :

$$\begin{aligned} W(\rho(k))^T &= [W_1(\rho(k))^T \quad W_2(\rho(k))^T]^T \\ &= [-W_2(\rho(k))^T H_{os2}(\rho(k)) H_{os1}(\rho(k))^{-1} \quad W_2(\rho(k))^T] \end{aligned} \quad (\text{IV.36})$$

En notant :

$$P(\rho(k)) \triangleq [-H_{os2}(\rho(k)) H_{os1}(\rho(k))^{-1} \quad \mathbb{I}_q] \quad (\text{IV.37})$$

l'équation (IV.36) s'écrit :

$$W(\rho(k))^T = W_2(\rho(k))^T P(\rho(k)) \quad (\text{IV.38})$$

A l'aide de ces manipulations algébriques, la matrice de parité  $W(\rho(k))$  est construite à partir des matrices  $A(\rho(k))$  et  $C(\rho(k))$  et de leur différentes dépendances temporelles.

Dans cette formulation, la matrice  $P(\rho(k))$  en (IV.37) est construite à partir de l'inverse de  $H_{os1}(\rho(k))$ . L'inversion formelle de cette matrice peut être résolue à l'aide de logiciels de calculs formels, applicables sur tout ordinateur moderne.

La matrice  $W_2(\rho(k))$  apporte un nouveau degré de liberté dans la synthèse du résidu. Ce paramètre est utilisé dans la section IV.5 afin d'apporter de la robustesse dans le résidu. Dans le cadre de cette section, cette matrice est considérée comme étant l'identité  $\mathbb{I}$  :

$$W_2(\rho(k))^T = \mathbb{I} \quad (\text{IV.39})$$

d'où

$$W(\rho(k))^T = P(\rho(k)) \quad (\text{IV.40})$$

#### IV.3.4 Extension directe : sans inverse formelle

Selon le type d'application, il n'est pas toujours possible de calculer l'inverse de façon formelle comme présenté précédemment dans la section IV.3.3. La méthodologie présentée dans cette section permet de s'affranchir de la synthèse de l'inverse formelle d'une matrice.

##### IV.3.4.a Modélisation matricielle

L'état du système (IV.26a) peut se réécrire sous forme matricielle :

$$[A(\rho(k)) \quad \mathbb{I}_n] \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k+1) \end{bmatrix} = -B(\rho(k))u(k) \quad (\text{IV.41})$$

En appliquant le principe de l'espace de parité, l'expression de l'état sur l'horizon  $s$  donne :

$$\mathcal{A}(\rho) \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k+1) \\ \vdots \\ x(k+s) \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}(s)} = \mathcal{B}(\rho) \underbrace{\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+s-1) \\ u(k+s) \end{bmatrix}}_{\mathcal{U}(s)} \quad (\text{IV.42a})$$

### IV.3. Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LP

avec les matrices  $\mathcal{A}(\rho)$  et  $\mathcal{B}(\rho)$  suivantes :

$$\mathcal{A}(\rho) = \begin{bmatrix} A(\rho(k)) & -\mathbb{I}_n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A(\rho(k+1)) & -\mathbb{I}_n & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A(\rho(k+s-1)) & -\mathbb{I}_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42b})$$

$$\mathcal{B}(\rho) = \begin{bmatrix} B(\rho(k)) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & B(\rho(k+1)) & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & B(\rho(k+s-1)) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42c})$$

En utilisant la même méthodologie, les sorties du systèmes (equation (IV.26b)) sont exprimées sur l'horizon  $s$ . On obtient alors l'expression suivante :

$$\mathcal{P}(\rho)\mathcal{X}(s) = \mathcal{Q}(\rho) \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{Y}(s) \\ \mathcal{U}(s) \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}(s)} \quad (\text{IV.43a})$$

$$\text{où } \mathcal{Y}(s) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+s) \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{P}(\rho) = \begin{bmatrix} C(\rho(k)) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C(\rho(k+1)) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & C(\rho(k+s)) \\ \hline A(\rho(k)) & -\mathbb{I}_n & 0 & \cdots 0 \\ 0 & A(\rho(k+1)) & -\mathbb{I}_n & \ddots \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots 0 & A(\rho(k+s-1)) & -\mathbb{I}_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.43b})$$

$$\mathcal{Q}(\rho) = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_n & -\mathcal{D}(\rho) \\ 0 & -\mathcal{B}(\rho) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.43c})$$

$$\mathcal{D}(\rho) = \begin{bmatrix} D(\rho(k)) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & D(\rho(k+1)) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & D(\rho(k+s)) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.43d})$$

#### Remarque IV.3

L'objectif de l'approche par espace de parité est d'éliminer les termes qui ne sont

*pas connus à chaque instant. Dans l'expression (IV.43a), la partie droite réfère à tous des éléments connus (sorties + entrées de commande). Les termes de gauche réfèrent à des termes (a priori) inconnus que sont les états du systèmes. De même, la matrice  $\mathcal{Q}(\rho(k))$  est elle même parfaitement connue car les paramètres variants sont mesurés à chaque instant.*

Le but est maintenant de synthétiser la matrice de parité  $W(\rho(k))$  orthogonale à la matrice  $\mathcal{P}(\rho(k))$ . Ainsi les termes inconnus  $\mathcal{X}(\rho(k))$  n'influenceront plus le résidu.

On peut tout d'abord remarquer que la matrice  $\mathcal{P}(\rho(k))$  est affine selon le vecteur des paramètres variants  $\rho(k)$ , et peut s'écrire sous la même forme que l'expression (IV.27). Ainsi, la matrice  $\mathcal{P}(\rho(k))$  peut se décomposer selon chaque paramètres variant  $\rho_i(k+z)$  avec  $i \in [1, N]$  et  $z \in [0, s]$  de la façon suivante :

$$\mathcal{P}(\rho(k)) = \sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \rho_i(k+z) P_{zi} \quad (\text{IV.44a})$$

avec les matrices :

$$P_{00} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & C_0 \\ \hline A_0 & -\mathbb{I}_n & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & A_0 & -\mathbb{I}_n \end{bmatrix}, P_{zi} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & C_i & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & A_i & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \leftarrow z^{eme} \quad (\text{IV.44b})$$

#### Remarque IV.4

*Dans la notation utilisée en IV.44a, l'indice  $z$  réfère à une dépendance temporelle ( $z \in [0, s]$ ) et l'indice  $i$  à la  $i^{eme}$  composante du vecteur des paramètres variants  $\rho(k)$  ( $i \in [0, N]$ ).*

#### IV.3.4.b Synthèse de la matrice de parité

Comme introduit dans la sous-partie précédente IV.3.4.a, l'objectif est de synthétiser la matrice de parité  $W(\rho(k))$  de manière à être orthogonale à la matrice  $\mathcal{P}(\rho(k))$  (IV.44), de manière à obtenir :

$$\mathcal{W}(\rho(k))\mathcal{P}(\rho(k)) = 0 \quad (\text{IV.45})$$

### IV.3. Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LP

La matrice  $\mathcal{W}(\rho(k))$  est structurée de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{W}(\rho) = & \omega_0 + \sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \omega_{zi} \rho_i(k+z) \\
 & + \sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \sum_{w>z}^s \sum_{j=1}^N \omega_{zi,wj} \rho_j(k+w) \rho_i(k+z) \\
 & + \sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \sum_{j \geq i}^N \omega_{zi,zj} \rho_j(k+z) \rho_i(k+z) \\
 & + \dots \\
 & + \underbrace{\sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \dots \sum_{t>r}^s \sum_{m=1}^N \omega_{zi,\dots,tm} \rho_m(k+t) \dots \rho_i(k+z)}_{q \text{ produits de 2 sommes}} \\
 & + \sum_{z=0}^s \sum_{i=1}^N \dots \sum_{m \geq l}^N \omega_{zi,\dots,zm} \rho_m(k+z) \dots \rho_i(k+z)
 \end{aligned} \tag{IV.46}$$

La structure proposée dans (IV.46) est inspirée de [Idrissi 2001]. L'idée est de réduire le conservatisme du résidu en exprimant la matrice  $\mathcal{W}(\rho(k))$  comme une combinaison linéaire de tous les paramètres variants  $\rho_i(k)$  et de tous leur produits croisés via des sous matrices  $\omega_X$ . On relève cependant un paramètre de réglage  $q$ . Ce nombre définit le nombre maximal de produit des paramètres variants que l'on considère. Ainsi, par exemple, si  $q = 2$ , cela signifie que l'on admettra dans la définition de  $\mathcal{W}(\rho(k))$  en (IV.46) que la combinaison des paramètres variants  $\rho_i(k)$  et le produit conjoint de deux paramètres variants. On se limitera ainsi au 3 premières lignes de (IV.46). Les autres membres sont alors non définis (nuls).

#### Remarque IV.5

Chaque binôme  $zi$  caractérise un paramètre variant  $\rho_i(k+z)$ . Du fait que tous les paramètres variants sont des scalaires, les produits sont commutables :  $\rho_i(k+z)\rho_j(k+y) = \rho_j(k+y)\rho_i(k+z)$ . Afin d'éviter toute confusion, ils seront respectivement dénotés en respectant  $z < y$ , soit dans l'ordre  $\rho_i(k+z)\rho_j(k+y)$ .

Au final, le produit  $\mathcal{W}(\rho(k))\mathcal{P}(\rho(k))$  se développe comme :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{W}(\rho(k))\mathcal{P}(\rho(k)) = & \Gamma_0 + \rho_0(k)\Gamma_{00} + \dots + \rho_N(k)\Gamma_{0N} \\
 & + \rho_0(k+s)\Gamma_{s0} + \dots + \rho_N(k+s)\Gamma_{sN} \\
 & + \rho_0(k)^2\Gamma_{00,00} + \rho_0(k)\rho_0(k+1)\Gamma_{10,00} \\
 & \vdots \\
 & + \rho_N(k+s)\rho_{N-1}(k+s) \dots \rho_0(k+s)\Gamma_{s0,\dots,sN}
 \end{aligned} \tag{IV.47}$$

où chaque matrice  $\Gamma_X$  est exprimée comme :

- $\Gamma_0 = \omega_0 P_0$
- $\Gamma_{zi} = \omega_{zi} P_0 + \omega_0 P_{zi}$
- $\Gamma_{zi,yj} = \omega_{zi,yj} P_0 + \omega_{zi} P_{yj} + \omega_{yj} P_{zi}$
- $\Gamma_{zi,yj,xk} = \omega_{zi,yj,xk} P_0 + \omega_{zi,yj} P_{xk} + \omega_{zi,xk} P_{yj} + \omega_{yj,xk} P_{zi}$

On remarque en premier lieu que chaque sous-matrice  $\Gamma_X$  est composée d'un terme  $\omega_X$  à gauche puis un terme  $P_{zi}$  en produit à droite.

Comme le produit des matrices  $\mathcal{W}(\rho(k))\mathcal{P}(\rho(k))$  doit être nul quelque soit la combinaison des paramètres variants  $\rho(k)$ , une solution possible est de garantir que chaque matrice  $\Gamma_X$  est nulle. Mathématiquement, ceci se réécrit par :

$$\mathcal{W}(\rho) \cdot \mathcal{P}(\rho) = 0 \iff$$

$$\underbrace{[\omega_0 \quad \omega_{01} \quad \cdots \quad \omega_{sN} \quad \cdots]}_{\Omega} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} P_0 & xxx & \cdots & P_{zi} & xxx \\ 0 & xxx & \cdots & 0 & xxx \\ \vdots & xxx & \cdots & P_0 & xxx \\ 0 & xxx & \cdots & 0 & xxx \end{bmatrix}}_{\mathcal{M}} \leftarrow zi = 0 \quad (\text{IV.48})$$

$\begin{matrix} \Gamma_0 & \Gamma_{00} & \cdots & \Gamma_{zi} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{matrix}$

Chaque colonne de la matrice  $\mathcal{M}$  fait référence à chacun des termes  $\Gamma_X$  exposés précédemment.

La matrice  $\Omega$ , comportant tous les éléments  $\omega_X$  se synthétise facilement en calculant le complément orthogonal à gauche de la matrice  $\mathcal{M}$ . Par exemple, la commande “`null(M')`” de **Matlab**<sup>TM</sup> permet de calculer directement la matrice  $\Omega$ .

#### IV.3.4.c Construction de la matrice $\mathcal{M}$

Comme évoqué précédemment, toute la difficulté de cette approche réside dans la construction de la matrice  $\mathcal{M}$ , dont sa forme n'est pas des plus simple. Cependant, la démarche algorithmique suivante permet d'automatiser le processus :

1. (a) Définir le nombre maximal de produits des paramètres variants  $q$  (voir la propriété IV.2 en section IV.3.4.d)
- (b) Initialiser  $\mathcal{M} = P_0$ .
- 2.

### IV.3. Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV 85

<p>Pour chaque <math>j = 0 : q</math></p> <p>- Compléter <math>\mathcal{M}</math> avec le bon nombre de 0 :</p> $\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{M} \\ 0 \end{bmatrix}.$	<p>Pour chaque <math>z_j = 0 : s</math></p> <p>Pour chaque <math>i_j = 0 : N</math></p> <p>- Définir tous les combinaisons <math>z_j i_j \cdots z_0 i_0</math>, en respectant bien <math>z_j &gt; z_{j-1}</math>.</p>	<p>- Construire la matrice <math>\mathcal{M}_X = \begin{bmatrix} \vdots \\ P_{z_j i_j} \\ \vdots \\ P_{z_0 i_0} \\ \vdots \\ P_0 \end{bmatrix}</math> en</p>	<p>Ici, on a <math>2 \times j</math> sous-boucles internes.</p>
<p>faisant bien correspondre les emplacements des binômes <math>z_k i_k</math>.</p> <p>- Concaténer <math>\mathcal{M}_X</math> avec <math>\mathcal{M}</math> :</p> $\mathcal{M} = [\mathcal{M} \quad \mathcal{M}_X].$			

#### IV.3.4.d Propriétés

##### Propriété IV.1 (*Choix de l'horizon s*)

Comme dans le cas LTI, une condition suffisante pour garantir l'existence de la matrice de parité est :

$$s \geq \frac{n}{m} \quad (\text{IV.49})$$

**Démonstration : Lien avec la matrice d'observabilité :** La matrice d'observabilité du système LPV est donnée par :

$$\mathcal{O}(A(\rho), C(\rho)) = \begin{bmatrix} C(\rho(k)) \\ C(\rho(k+1))A(\rho(k)) \\ \vdots \\ C(\rho(k+s)) \prod_{j=0}^{s-1} A(\rho(k+s-1-j)) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.50})$$

et découle de l'expression suivante :

$$\mathcal{P}(\rho) \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{I}_n \\ A(\rho(k)) \\ \vdots \\ \prod_{i=0}^{s-1} A(\rho(k+s-1+i)) \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}(A(\rho), C(\rho)) \\ \mathbb{O}_{(s \cdot n) \times n} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.51})$$

En appliquant l'inégalité de Sylvester sur (IV.51), on obtient :

$$\text{rang}(\mathcal{P}) + \text{rang}(\mathcal{G}) - (s+1)n \leq \text{rang}(\mathcal{O}) \quad (\text{IV.52})$$

Le rang de la matrice  $\mathcal{G}$  est donné par  $\text{rang}(\mathcal{G}) = n$  car elle contient la matrice identité. Ainsi, on a :

$$\text{rang}(\mathcal{P}) \leq \text{rang}(\mathcal{O}) + sn \quad (\text{IV.53})$$

Ainsi, d'après IV.53, si la matrice d'observabilité  $\mathcal{O}$  est de rang dégénéré, c'est-à-dire si elle présente des redondances dans ses lignes, alors la matrice  $\mathcal{P}$  sera aussi de rang dégénéré.

Pour garantir l'existence de la matrice de parité, il est donc nécessaire que la matrice d'observabilité soit de rang dégénéré. En choisissant :

$$s \geq n \quad (\text{IV.54})$$

la condition est toujours vérifiée. ■

**Démonstration : Cas multi-sorties :** La condition présentée précédemment est une condition suffisante. Elle peut s'avérer trop restrictive, notamment dans le cas où le système présente plusieurs sorties.

En effet, pour garantir la dégénérescence de  $\mathcal{P}$ , une autre condition suffisante structurelle est d'avoir plus de lignes que de colonnes. Comme on a  $(s+1)m + sn$  lignes et  $(s+1)n$  colonnes, la redondance est alors assurée en choisissant :

$$(s+1)m + sn > (s+1)n \quad (\text{IV.55a})$$

$$\Leftrightarrow s \geq \frac{n}{m} \quad (\text{IV.55b})$$

Cette condition est identique à celle de la propriété IV.3.4.d si on a une seule sortie ( $m = 1$ ). Cependant, dans le cas multi-sorties  $m > 1$ , cette propriété est bien moins restrictive. ■

#### Propriété IV.2 (*Choix du paramètre q*)

*Le paramètre  $q$  permet d'augmenter le nombre d'éléments de la matrice  $\mathcal{M}$ . Plus  $q$  augmente, plus la taille de  $\mathcal{M}$  augmente, ce qui permet d'ajouter de la redondance.*

*On n'a cependant pas de valeur algébrique de  $q$ . Il est déterminé par itération jusqu'à obtenir un dégénérescence du rang de  $\mathcal{M}$  :*

$$q = \min_{i \in \mathbb{N}}(i) \text{ tel que } \{\text{rang}_{\text{ligne}}(\mathcal{M}(i)) < m_{\mathcal{M}(i)}\} \quad (\text{IV.56})$$

*où  $m_{\mathcal{M}(i)}$  représente le nombre de lignes de la matrice  $\mathcal{M}$ .*

#### Propriété IV.3 (*Cas de faible variation des paramètres variants*)

*Si les paramètres variants  $\rho(k)$  varient lentement dans le temps, alors une matrice de parité définie par les coefficients du polynôme caractéristique de la ma-*

### IV.3. Détection de défauts par espace de parité pour les systèmes LPV 87

trice  $A(\rho(k))$  du système :

$$\mathcal{W}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} a_0(\rho(k)) & \cdots & a_{n-1}(\rho(k)) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.57})$$

peut être choisie.

**Démonstration :** Si le paramètre variant est considéré “constant” sur l’horizon  $[k : k + s]$ , alors la matrice d’observabilité du système s’écrit :

$$\mathcal{O}(A(\rho(k)), C(\rho(k))) = \begin{bmatrix} C(\rho(k)) \\ C(\rho(k))A(\rho(k)) \\ \vdots \\ C(\rho(k))A^s(\rho(k)) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.58a})$$

$\Leftrightarrow$

$$\mathcal{O}(A(\rho(k)), C(\rho(k))) = \begin{bmatrix} C(\rho(k)) & & \\ & \ddots & \\ & & C(\rho(k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I}_n \\ A(\rho(k)) \\ \vdots \\ A^s(\rho(k)) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.58b})$$

D’après le théorème de Cayley-Hamilton (voir II.2.2.b), on peut écrire :

$$A^n(\rho) + a_{n-1}(\rho(k))A^{n-1}(\rho(k)) + \cdots + a_0(\rho(k)) = 0 \quad (\text{IV.59})$$

L’égalité suivante est alors vérifiée :

$$\begin{bmatrix} a_0(\rho(k)) & \cdots & a_{n-1}(\rho(k)) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(\rho(k))\mathbb{I}_n \\ C(\rho(k))A(\rho(k)) \\ \vdots \\ C(\rho(k))A^s(\rho(k)) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{IV.60a})$$

car

$$\begin{aligned} a_0(\rho(k))C(\rho(k)) + a_1(\rho(k))C(\rho(k))A(\rho(k)) + \cdots + C(\rho(k))A^s(\rho(k)) = \\ C(\rho(k)) \underbrace{\left[ a_0(\rho(k))\mathbb{I}_n + a_1(\rho(k))A(\rho(k)) + \cdots + A^s(\rho(k)) \right]}_{=0 \text{ d'après le théorème de Cayley Hamilton}} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.60b})$$

On peut donc en déduire la matrice de parité suivante :

$$\mathcal{W}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} a_0(\rho(k)) & \cdots & a_{n-1}(\rho(k)) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.61}) \quad \blacksquare$$

#### IV.3.5 Conclusion

Dans cette section, des approches de détection de défauts pour les systèmes LPV sont développées. La première approche est basée sur l’extension directe de la méthode de l’espace de parité, en remplaçant les matrices LTI par des matrices LPV. Cette solution élégante présente la complexité de devoir calculer l’inverse



formelle d'une matrice. Cette complexité reste cependant accessible à la plupart des utilisateurs avec l'utilisation de logiciel de calculs formels. En complément, une approche de détection de défauts pour systèmes LPV en évitant le calcul d'inverses formelles est proposée. Cette approche arithmétique est cependant plus lourde en terme de calculs matriciels.

Une propriété intéressante concerne la synthèse de résidu dans le cas de faibles variations de paramètres variants. En effet, les coefficients du polynôme caractéristique de la matrice  $A(\rho(k))$  construisent à eux seuls la matrice de parité du système permettant de synthétiser le résidu.

## IV.4 Synthèse et implémentation de résidu pour systèmes LPV

### IV.4.1 Introduction et présentation de la méthode

Dans cette section, une autre approche pour la détection de défauts pour les systèmes LPV est présentée. Cette nouvelle méthodologie est dite "orientée vers l'implémentation" car elle permet de s'adapter aux ressources numériques de la cible d'implémentation.

L'objectif de cette méthodologie est de réécrire le système LPV en une combinaison de systèmes linéaires à temps variant (LTI), présentant des incertitudes. Les incertitudes sont directement issus des paramètres variants du système LPV. L'idée est ainsi de réaliser un échantillonnage du système LPV en fonction des paramètres dans l'espace  $\mathbb{R}^N$  ( $N$  étant le nombre de paramètres variants). Les illustrations proposées représente un système comportant 2 paramètres variants indépendants.

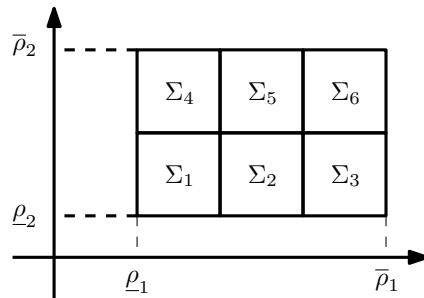


FIGURE IV.2 – Découpage des sous-systèmes en fonction des paramètres variants

Les sous-systèmes LTI sont donc valides seulement pour l'évaluation de la valeur des paramètres variants. Entre 2 points de discrétisation, aucun sous-système ne représente réellement le système LPV.

Afin de palier à ce problème, les sous-systèmes sont considérés comme étant incertains, où l'incertitude caractérise les régions entre chaque sous-système. Au final, la combinaison des différents sous-modèles incertains représente bien le système LPV initial.

### IV.4.2 Modélisation du système

On considère un système LPV  $\Sigma_{LPV}$  sous la forme :

$$x(k+1) = A(\rho(k))x(k) + B(\rho(k))u(k) \quad (\text{IV.62a})$$

$$y(k) = C(\rho(k))x(k) + D(\rho(k))u(k) \quad (\text{IV.62b})$$

Ce système LPV est réécrit sous la forme d'une combinaison commutée de  $q$  sous-systèmes LTI incertains  $\Sigma_{LTIu}$  :

$$\Sigma_{LPV} = \sum_{i=1}^q \mu_i(\rho) \Sigma_{LTIu,i} \quad (\text{IV.63})$$

où  $\mu_i(\rho)$  définit le mode valide :

$$\mu_i(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = \text{le mode sélectionné} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.64})$$

Chaque sous système LTI incertain  $\Sigma_{LTIu,i}$  est représenté comme dans (IV.1) par :

$$x_i(k+1) = \bar{A}_i x_i(k) + B_i u(k) + B_{d,i} d(k) + B_{f,i} f(k) \quad (\text{IV.65a})$$

$$y_i(k) = \bar{C}_i x_i(k) + D_i u(k) + D_{d,i} d(k) + D_{f,i} f(k) \quad (\text{IV.65b})$$

Dans ce cas, les incertitudes vont concerner la variation de paramètres variants entre les différents sous-modèles.

#### Exemple IV.1

*Par exemple, on considère un système LPV comportant un seul paramètre variant  $\rho(k)$  représenté par :*

$$x(k+1) = [\mathcal{A}_0 + \rho(k)\mathcal{A}_1] x(k) + [\mathcal{B}_0 + \rho(k)\mathcal{B}_1] u(k) \quad (\text{IV.66a})$$

$$y(k) = [\mathcal{C}_0 + \rho(k)\mathcal{C}_1] x(k) + [\mathcal{D}_0 + \rho(k)\mathcal{D}_1] u(k) \quad (\text{IV.66b})$$

*Nous savons a priori que la variation des paramètres variants  $\rho(k)$  est comprise entre  $\rho \in [\underline{\rho} \ \bar{\rho}]$ .*

*Nous choisissons de représenter ce système LPV comme la commutation de 3 sous-systèmes LTI. Les points d'évaluation sont choisis comme étant :*

Système	Paramètre variant	Variation
$\Sigma_{LTIu,1}$	$\rho_1$	$\delta_1$
$\Sigma_{LTIu,2}$	$\rho_2$	$\delta_2$
$\Sigma_{LTIu,3}$	$\rho_3$	$\delta_3$

*où les  $\rho_i$  représentent le point d'évaluation des paramètres variants (point de linéarisation du système LPV) et les  $\delta_i$  les régions de validité.*

*Les sous-systèmes LTI incertains s'écrivent alors sous la formulation (IV.65)*

avec :

$$\bar{A}_i = \mathcal{A}_0 + \rho_i \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_1 \delta_i \quad (\text{IV.67a})$$

$$B_i = \mathcal{B}_0 + \rho_i \mathcal{B}_1 \quad (\text{IV.67b})$$

$$B_{d,i} = \delta_i \mathcal{B}_1 \quad (\text{IV.67c})$$

$$\bar{C}_i = \mathcal{C}_0 + \rho_i \mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_1 \delta_i \quad (\text{IV.67d})$$

$$D_i = \mathcal{D}_0 + \rho_i \mathcal{D}_1 \quad (\text{IV.67e})$$

$$D_{d,i} = \delta_i \mathcal{D}_1 \quad (\text{IV.67f})$$

avec comme dans (IV.2) la partie nominale notée  $X_0$  et celle relative aux incertitudes  $\tilde{X}$  défini par :

$$\bar{A}_{0,i} = \mathcal{A}_0 + \rho_i \mathcal{A}_1 \quad (\text{IV.67g})$$

$$\tilde{A}_{1,i} = \mathcal{A}_1 \delta_i \quad (\text{IV.67h})$$

$$\bar{C}_{0,i} = \mathcal{C}_0 + \rho_i \mathcal{C}_1 \quad (\text{IV.67i})$$

$$\tilde{C}_{1,i} = \mathcal{C}_1 \delta_i \quad (\text{IV.67j})$$

$$(\text{IV.67k})$$

### IV.4.3 Synthèse de résidu

La résolution de ce problème d'optimisation se fait en suivant la méthodologie rappelée dans la section IV.2.6. La matrice  $W$  est alors donnée par :

$$W \triangleq \vartheta_{\lambda_q}(\Gamma_1, \Gamma_2) P \quad (\text{IV.68a})$$

avec

$$P = \begin{bmatrix} -H_{os2} H_{os1}^{-1} & \mathbb{I}_q \end{bmatrix} \quad (\text{IV.68b})$$

$$\Gamma_1 = P G G^T P^T \quad (\text{IV.68c})$$

$$\Gamma_2 = P H_{fs} H_{fs}^T P^T \quad (\text{IV.68d})$$

et où  $\vartheta_{\lambda_q}(\Gamma_1, \Gamma_2)$  représente le vecteur propre généralisé de la paire  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$  associé à sa plus petite valeur propre généralisée.

Le résidu pour ce sous-système LTI incertain s'implémentera alors sous la forme de (IV.9) avec les notations de (IV.7).

### IV.4.4 Formulation finale du résidu

La démarche présentée avait pour but de synthétiser un résidu pour le système LPV (IV.26). L'objectif de cette approche est de décomposer le système LPV en une combinaison de systèmes LPV incertains évalués pour différentes valeurs de paramètres variants.

Dans l'approche proposée, des résidus pour chaque sous systèmes LTI incertains  $r_{LTIu}(k)$  ont été synthétisés. Le résidu final  $r_{LPV}(k)$  pour le système LPV s'obtient en réalisant la combinaison commutée des différents résidus LTI incertains :

$$r_{LPV}(k) = \sum_{i=1}^q \mu_i(\rho) r_{LTIu,i}(k) \quad (\text{IV.69})$$

en fonction de la valeur des paramètres variants.

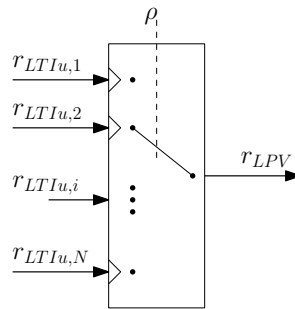


FIGURE IV.3 – Structure finale du résidu

De même, le seuil final afin de détecter le défaut correspond à la combinaison commutée des différents seuils des sous systèmes LTI incertains.

#### IV.4.5 Conclusion

L'approche proposée dans cette section concerne la synthèse de résidus pour systèmes LPV, orientée vers l'implémentation. L'approche proposée permet de synthétiser un résidu permettant de s'adapter aux ressources informatiques de la cible. En effet, le système LPV est découpé en différents sous système LTI comportant des incertitudes. Les incertitudes font ainsi référence à la variation des paramètres variant entre les sous systèmes environnant. Un résidu pour chaque sous-système LTI incertain est alors synthétisé, permettant la construction du résidu global via une combinaison commutée entre les différents sous systèmes.

Les différentes approches présentées jusqu'ici proposent des algorithmes de synthèse de résidu pour les systèmes LPV. Cependant, dans la majeure partie des applications pratiques, les systèmes ne sont pas parfaits, et la robustesse du résidu n'a jamais été prise en compte. Ainsi, l'approche proposée dans la section suivante permet de palier à ce problème.

## IV.5 Détection de défaut pour systèmes incertains LPV et à entrées inconnues ( $\mathcal{U}$ -LPV)

### IV.5.1 Introduction

Une procédure de détection de défauts pour les systèmes incertains a été proposée en IV.2 et pour les systèmes LPV en IV.3 et IV.4. Cependant, la robustesse du résidu n'a jamais été prise en compte a priori, et doit être vérifiée a priori.

L'idée la plus simple afin d'obtenir un résidu est de considérer la méthodologie pour les systèmes LPV classiques, en intégrant un découplage parfait vis-à-vis des incertitudes. Cependant, comme dans la remarque IV.1 concernant les systèmes incertains, nous verrons que cette option n'est pas réalisable. Ainsi, une procédure par optimisation avec résolution par une formulation par inégalités linéaires matricielles (LMI) est proposée. L'objectif est alors de maximiser la sensibilité du résidu vis-à-vis des défauts à détecter tout en minimisant l'effet des incertitudes, quelque soit la valeur des paramètres variants.

### IV.5.2 Modélisation des systèmes incertains, LPV à entrées inconnues ( $\mathcal{U}$ -LPV)

Les systèmes LPV, incertains à entrées inconnues notés systèmes  $\mathcal{U}$ -LPV sont par définition des systèmes linéaires à paramètres variants sujet à des incertitudes ainsi qu'à des entrées inconnues.

#### Définition IV.1 (*Système $\mathcal{U}$ -LPV*)

Un système  $\mathcal{U}$ -LPV est défini par :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \overline{A}(\rho(k))x(k) + B(\rho(k))u(k) + B_d(\rho(k))d(k) \\ &\quad + B_f(\rho(k))f(k) \end{aligned} \quad (\text{IV.70a})$$

$$\begin{aligned} y(k) &= \overline{C}(\rho(k))x(k) + D(\rho(k))u(k) + D_d(\rho(k))d(k) \\ &\quad + D_f(\rho(k))f(k) \end{aligned} \quad (\text{IV.70b})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système,  $y \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de sortie,  $u \in \mathbb{R}^l$  le vecteur des entrées de commande,  $d \in \mathbb{R}^{l_d}$  des entrées inconnues et  $f \in \mathbb{R}^{l_f}$  les défauts affectant les états du système ainsi que les mesures. Dans cette représentation, les matrices  $\overline{X}$  représentent les matrices relatives aux incertitudes.

Le vecteur  $\rho(k) = [\rho_1(k) \ \rho_2(k) \ \cdots \ \rho_M(k)]$  représente le vecteur des paramètres variants  $\rho_i(k)$ , mesurés (donc connus) à chaque période d'échantillonnage.

Les incertitudes sont considérées de la forme générique affine :

$$\overline{X}(\rho(k)) = X_0(\rho(k)) + \sum_{i=1}^N \widetilde{X}_i(\rho(k))\delta_i(k) \quad (\text{IV.71})$$

où  $\widetilde{X}_i(\rho(k))$  sont des matrices connues et  $\delta_i$  sont des scalaires inconnus.

Dans la représentation du système (équation (IV.70)), les matrices du système peuvent dépendre du vecteur des paramètres variant  $\rho(k) = [\rho_1(k) \ \rho_2(k) \ \cdots \ \rho_M(k)]$ . La structure de ces matrices est considérée sous la forme Affine-LPV :

$$Z(\rho(k)) = Z_0 + \rho_1(k)Z_1 + \cdots + \rho_M(k)Z_M \quad (\text{IV.72})$$

#### Remarque IV.6

Dans cette représentation, chaque scalaire  $\rho_i$  est a priori inconnu. Cependant, la majeure différence entre les incertitudes  $\delta_i$  et les paramètres variants  $\rho_i$  réside dans le fait que chaque paramètre variant  $\rho_i$  peut être mesuré à chaque période d'échantillonnage tandis que  $\delta_i$  sera toujours inconnu.

Le système  $\mathcal{U}$ -LPV de (IV.70) peut alors se réécrire sous la forme :

$$x(k+1) = A_0(\rho(k))x(k) + \sum_{i=1}^N \widetilde{A}_i(\rho(k))\delta_{i(k)}x(k) \quad (\text{IV.73a})$$

$$+ B(\rho(k))u(k) + B_d(\rho(k))d(k) + B_f(\rho(k))f(k) \quad (\text{IV.73b})$$

$$y(k) = C_0(\rho(k))x(k) + \sum_{i=1}^N \widetilde{C}_i(\rho(k))\delta_{i(k)}x(k) \quad (\text{IV.73c})$$

$$+ D(\rho(k))u(k) + D_d(\rho(k))d(k) + D_f(\rho(k))f(k) \quad (\text{IV.73d})$$

où la partie nominale est séparée des incertitudes.

#### IV.5.3 Hypothèse du système

Le système  $\mathcal{U}$ -LPV est considéré comme étant observable, quelle que soit la configuration et/ou combinaison des incertitudes  $\widetilde{\delta}$  et des paramètres variants  $\rho$ . Par conséquent, il s'en suit que la paire nominale  $(A_0(\rho(k)), C_0(\rho(k)))$  est observable (cas  $\widetilde{\delta} = \mathbb{O}_{N \times 1}$ ).

#### IV.5.4 Extension de la méthodologie des systèmes LPV

À présent, le système considéré est celui défini en (IV.73). En appliquant la méthodologie de l'espace de parité, comme dans les sections IV.2, IV.3 ou IV.4, les sorties  $y(k)$  peuvent se réécrire :

$$\begin{aligned} Y_s(k) - H_{us}(\rho(k))U_s(k) &= H_{os}(\rho(k))x(k) + \sum_i \left( \zeta(k, i) \widetilde{H}_{os, i}(\rho(k)) \right) x(k) \\ &+ \sum_i \left( \zeta(k, i) \widetilde{H}_{us, i}(\rho(k)) \right) U_s(k) + H_{ds}(\rho(k))U_{ds}(k) \\ &+ \sum_i \left( \zeta(k, i) \widetilde{H}_{ds, i}(\rho(k)) \right) U_s(k) + H_{fs}(\rho(k))F_s(k) \end{aligned} \quad (\text{IV.74})$$

où  $\zeta(k)$  est construit à partir de  $\delta(k)$ , de puissance de ses éléments des différents produits induits sous la forme :

$$\tilde{\zeta}(k)^T = [\delta_1(k) \quad \cdots \quad \delta_N(k) \quad \delta_1(k)^2 \quad \delta_1(k)\delta_2(k) \quad \cdots \quad \delta_1(k)^p \quad \cdots \quad \delta_N(k)^{s+1}]^T$$

avec  $\delta_i(k)^q = \underbrace{\delta_i(k)\delta_i(k)\cdots\delta_i(k)}_{q \text{ produits}}$ .

L'approche triviale de l'espace de parité consisterait à synthétiser une matrice de parité  $W(\rho(k))$  garantissant  $W(\rho(k))^T H_{os}(\rho(k)) = 0$ . Cette solution engendrera un résidu sensible aux entrées inconnues  $d(k)$ , aux incertitudes  $\delta_i(k)$  et aux défauts  $f(k)$ . Cette solution simple mais non robuste n'est pas acceptable pour notre problème.

D'autre part, il est parfois possible d'obtenir une matrice de parité  $W(\rho(k))$  qui satisfasse :

$$W(\rho(k))^T \begin{bmatrix} H_{os}(\rho(k)) & \tilde{H}_{os}(\rho(k)) & \tilde{H}_{us}(\rho(k)) & H_{ds}(\rho(k)) & \tilde{H}_{ds}(\rho(k)) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{IV.75})$$

où  $\tilde{H}_{os}(\rho(k)) = [\tilde{H}_{os,1}(\rho(k)) \quad \cdots \quad \tilde{H}_{os,z}(\rho(k))]$ .

Premièrement, l'existence d'une telle matrice n'est pas garantie car le rang ligne de la matrice  $\begin{bmatrix} H_{os}(\rho(k)) & \tilde{H}_{os}(\rho(k)) & \tilde{H}_{us}(\rho(k)) & H_{ds}(\rho(k)) & \tilde{H}_{ds}(\rho(k)) \end{bmatrix}$  ne sera pas nécessairement dégénéré, quel que soit le choix de l'horizon  $s$ . Néanmoins, en cas d'existence, l'horizon  $s$  obtenu serait élevé entraînant de lourds calculs et par conséquent un long temps de détection.

Par conséquence, le découplage parfait n'est pas acceptable pour des calculs embarqués. Ainsi, une matrice de parité non parfaite  $W(\rho(k))$  sera obtenu via un processus d'optimisation, comme introduit dans la formulation du problème en (IV.77).

#### IV.5.5 Procédure d'optimisation

L'objectif du problème est de synthétiser un résidu  $r(k)$  à partir de données mesurées de la forme :

$$r(k) = W(\rho(k))^T (Y_s(k) - H_{us}(\rho(k))U_s(k)) \quad (\text{IV.76})$$

où  $r(k)$  est sensible aux défauts  $f(k)$  et insensible aux incertitudes  $\delta_i$  et aux entrées inconnues  $d(k)$ .

Cet objectif peut s'écrire sous la forme du problème d'optimisation suivant :

$$\text{trouver } W(\rho(k)) \text{ tel que : } \begin{cases} W(\rho(k))^T H_{os} = 0 \\ \max_W \|W(\rho(k))^T H_{fs}(\rho(k))\|^2 \\ \min_W \|W(\rho(k))^T \tilde{H}_{os}(\rho(k))\|^2 \\ \min_W \|W(\rho(k))^T \tilde{H}_{us}(\rho(k))\|^2 \\ \min_W \|W(\rho(k))^T H_{ds}(\rho(k))\|^2 \\ \min_W \|W(\rho(k))^T \tilde{H}_{ds}(\rho(k))\|^2 \end{cases} \quad (\text{IV.77})$$

En effet, ces relations garantissent :

- l'orthogonalité au système nominal : le résidu sera sensible aux défauts en condition nominale.
- la maximisation de l'effet du défaut sur le résidu
- la minimisation de l'effet des incertitudes sur le résidu
- la minimisation de l'effet des entrées inconnues sur le résidu

Ce problème d'optimisation (IV.77) peut se réécrire sous la forme du problème d'optimisation suivant (comme déjà illustré dans [Ding 2008, Varrier 2012c]) :

$$\mathcal{P}_1 : \begin{cases} W(\rho(k))^T H_{os}(k) = 0 \\ \min_W \frac{\|W(\rho(k))^T G(\rho(k))\|^2}{\|W(\rho(k))^T H_{fs}(\rho(k))\|^2} \end{cases} \quad (\text{IV.78})$$

où  $G(\rho(k)) = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{os}(\rho(k)) & \tilde{H}_{us}(\rho(k)) & H_{ds}(\rho(k)) & \tilde{H}_{ds}(\rho(k)) \end{bmatrix}$ .

En regard de la méthodologie présentée dans la section IV.2.4.a, ce problème d'optimisation avec contraintes peut se réécrire sous la forme d'un problème d'optimisation sans contraintes.

La contrainte  $W(\rho(k))^T H_{os}(k) = 0$  est garantie en choisissant  $W(\rho(k))$  comme dans (IV.15), et transforme ainsi le problème d'optimisation en un problème d'optimisation sans contraintes (voir section IV.2.4.a). Par conséquent, le problème d'optimisation (IV.78) devient un problème d'optimisation sans contrainte selon la variable  $W_2(\rho(k))$  :

$$\mathcal{P}_1 : \min_{W_2} \frac{\|W_2(\rho(k))^T P(\rho(k)) G(\rho(k))\|^2}{\|W_2(\rho(k))^T P(\rho(k)) H_{fs}(\rho(k))\|^2} \quad (\text{IV.79})$$

qui est lui même équivalent à :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 : \min_{W_2} & \frac{W_2(\rho(k))^T \overbrace{P(\rho(k)) G(\rho(k)) G(\rho(k))^T P(\rho(k))^T}^{\Gamma_1(\rho(k))} W_2(\rho(k))}{W_2(\rho(k))^T \underbrace{P(\rho(k)) H_{fs}(\rho(k)) H_{fs}(\rho(k))^T P(\rho(k))^T}_{\Gamma_2(\rho(k))} W_2(\rho(k))} \\ & = \min_{W_2} \frac{W_2(\rho(k))^T \Gamma_1(\rho(k)) W_2(\rho(k))}{W_2(\rho(k))^T \Gamma_2(\rho(k)) W_2(\rho(k))} \end{aligned} \quad (\text{IV.80})$$

où les matrices  $\Gamma_1(\rho(k))$  et  $\Gamma_2(\rho(k))$  sont symétriques.

A présent, le problème  $\mathcal{P}_1$  est un problème d'optimisation quadratique selon la nouvelle variable  $W_2(\rho(k))$ , mais toujours dépendant des paramètres variants  $\rho(k)$ .

Ce problème d'optimisation (IV.80) est de la même forme que dans la section incertaine IV.2.4.b excepté que cette fois, les matrices dépendent des paramètres variants. Ainsi, le théorème proposé en IV.2.4.b nécessitera une résolution formelle, comme exposé dans la section suivante. Enfin, une nouvelle formulation polytopique/LMI est proposée afin d'éviter les calculs symboliques.



### IV.5.6 Résolution formelle

La résolution formelle s'appuie sur le théorème IV.1 rappelé dans la section IV.2.4.b. En effet, le problème d'optimisation  $\mathcal{P}_1$  (IV.80) peut être résolu par :

$$\mathcal{P}_1 \quad : \quad W_2(\rho(k))^T = \vartheta_{\lambda_q(\Gamma_1(\rho(k)), \Gamma_2(\rho(k)))}(\rho(k)) \quad (\text{IV.81})$$

Il est alors aisé de reconstruire la matrice de parité  $W(\rho(k))$  grâce à l'équation (IV.15).

#### Remarque IV.7

*Le théorème IV.1 résout efficacement le problème d'optimisation  $\mathcal{P}_1$ . Cependant, il doit être mis en avant que le calcul des valeurs propres et vecteurs propres généralisés dépendent du paramètre variant  $\rho(k)$ . Étant donné que chaque  $\rho_i$  appartient à un ensemble infini ( $\rho_i \in [\rho_{min} \ \rho_{max}]$ ), la résolution en dimension infinie est très compliquée, voir impossible. Cependant, dans le cas de peu de paramètres variants avec des matrices de faibles tailles, ces calculs peuvent être effectués de façon formelle, à l'aide d'algorithmes spécifiques. En outre, l'objectif de cette approche est de pouvoir traiter des systèmes complexes, pouvant être sujet à de nombreuses incertitudes. Ainsi, la résolution symbolique n'est pas appropriée.*

Fort de ce constat, la résolution formelle est abandonnée au profit d'une approche polytopique par optimisation. En effet, le problème d'optimisation (IV.80) est réécrit sous une forme originale polytopique, où chaque sommet du polytope représente un sous-problème d'optimisation. Ainsi, au lieu de considérer les paramètres variants au sein de la résolution, les calculs sont réalisés à chaque sommet du polytope. Il est alors obtenu autant de matrices de parité  $W_i$  que de sommets du polytope. Au final, la matrice de parité finale  $W(\rho(k))$  est reconstruite à partir de la combinaison linéaire de chaque  $W_i$ .

### IV.5.7 Résolution par optimisation et LMIs

Le problème d'optimisation  $\mathcal{P}_1$  peut se réécrire sous la forme du problème d'optimisation  $\mathcal{P}_2$  [Ding 2008] suivant :

$$\mathcal{P}_2 : \left\{ \gamma_2(\rho(k)) = \min_{W_2} W_2(\rho(k))^T (\Gamma_1(\rho(k)) - \kappa^2 \Gamma_2(\rho(k))) W_2(\rho(k)) \right. \quad (\text{IV.82})$$

En effet, l'objectif est d'obtenir une matrice  $W_2(\rho(k))$  qui minimise la sensibilité des incertitudes et des entrées inconnues - représentée ici par la matrice  $\Gamma_1(\rho(k))$  - et maximise l'effet des défauts, représenté par  $\Gamma_2(\rho(k))$ .

#### Remarque IV.8

*Les problèmes  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  ne sont pas strictement égaux. Ils peuvent être considérés comme étant strictement égaux si et seulement si  $\kappa$  est choisi comme étant la plus petite valeur propre généralisée de la paire  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$ . Cependant, dans*

notre cas,  $\kappa$  est simplement choisi comme un nouveau degré de liberté afin de garantir les contraintes à venir. Néanmoins, même si les deux problèmes ne sont pas strictement égaux, ils traduisent le même objectif à savoir : minimiser l'effet des perturbations ( $\Gamma_1$ ) et maximiser l'effet des défauts ( $\Gamma_2$ ).

Afin de faciliter la compréhension de la formulation, le problème est tout d'abord traité pour les systèmes LTI (section IV.5.7.a) qui sera par la suite étendu aux systèmes LPV (section IV.5.7.b).

#### IV.5.7.a Cas des systèmes LTI

On considère le problème d'optimisation pour les systèmes LTI  $\Gamma_{i=1,2}$ . L'objectif de l'approche est de synthétiser une matrice  $W_2$  telle que :

$$\gamma = \min_{W_2} W_2^T \underbrace{(\Gamma_1 - \kappa^2 \Gamma_2)}_{\Gamma_\kappa} W_2 \quad (\text{IV.83})$$

Ce problème peut se réécrire sous la forme d'un problème à inégalités matricielles bi-linéaires (BMI) :

$$\begin{cases} \underset{W_2}{\text{minimiser}} & \gamma \\ \text{sous la contrainte} & W_2^T \Gamma_\kappa W_2 \prec \gamma \end{cases} \quad (\text{IV.84})$$

##### Remarque IV.9

La contrainte dans (IV.84) est en effet bi-linéaire car la matrice à rechercher est  $W_2$ .

La contrainte bi-linéaire peut cependant être réécrite sous forme d'une LMI en appliquant le Lemme de Schur sur (IV.84) :

$$\begin{cases} \underset{W_2}{\text{minimiser}} & \gamma \\ \text{sous la contrainte} & \begin{bmatrix} \Gamma_\kappa^{-1} & W_2 \\ W_2^T & \gamma \end{bmatrix} \succ 0 \end{cases} \quad (\text{IV.85})$$

où  $\Gamma_\kappa$  est défini positif  $\Gamma_\kappa \succ 0$ .

##### Remarque IV.10

La contrainte  $\Gamma_\kappa \succ 0$  doit être garantie. Cette condition est validée en choisissant pertinemment le scalaire  $\kappa$ . Dans la suite, il est considéré que  $\kappa$  est pertinemment choisi, de telle sorte que cette contrainte ne fasse plus partie du problème d'optimisation.

Concernant le problème d'optimisation en (IV.84), une solution triviale consiste à choisir  $W_2$  comme étant la matrice nulle. Cette solution de simplicité n'est bien entendu pas valable pour notre problème. Ainsi, une nouvelle contrainte est ajoutée au système afin de contrer cette solution :

$$W_2 \neq \mathbb{O}_{1 \times m \cdot s} \quad (\text{IV.86})$$

Cette contrainte ne peut pas être directement implémentée en terme de LMI dans la mesure où  $W_2$  n'est pas une matrice carrée symétrique. Par conséquent, une nouvelle matrice diagonale  $Y$  définie par :

$$Y = \text{diag}(W_2) \quad (\text{IV.87})$$

est introduite, d'où l'on peut définir la contrainte :

$$\text{trace}(|Y|) \succ \varepsilon \quad \varepsilon > 0 \quad (\text{IV.88})$$

Finalement, notre problème d'optimisation se réécrit sous la forme d'une optimisation sous contrainte LMIs par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{W_2}{\text{minimiser}} \quad \gamma \\ \text{sous la contrainte} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \Gamma_\kappa^{-1} & W_2 \\ W_2^T & \gamma \end{bmatrix} \succ 0 \\ \text{trace}(|Y|) - \varepsilon \succ 0 \quad \varepsilon > 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV.89})$$

Cette formulation permet de résoudre le problème  $\mathcal{P}_2$  pour des matrices LTI. La section suivante présente la méthodologie afin d'étendre ces résultats pour les systèmes LPV.

#### IV.5.7.b Extension aux systèmes LPV

L'application directe de la méthode proposée pour les systèmes LPV n'est pas immédiate car elle nécessiterait une résolution d'une infinité de LMIs sur toute la définition des paramètres.

Cependant, la matrice  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  (construite à partir de  $\Gamma_1(\rho(k))$  et de  $\Gamma_2(\rho(k))$ ) peut se réécrire sous forme polytopique :

$$\Gamma_\kappa(\rho(k)) = \sum_{i=1}^q \alpha_i(\rho(k)) \Gamma_{\kappa i} \quad (\text{IV.90})$$

L'intérêt de se placer dans un cadre polytopique réside dans le fait que l'étude peut être directement menée sur les sommets du polytope. Cependant, par extension de (IV.89), l'inverse de la matrice  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  doit être calculée. Ainsi, considérer directement la formulation polytopique de la matrice  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  n'est pas utile car la linéarité des coordonnées polytopiques  $\alpha_i$  sera perdue. Néanmoins, l'intérêt de cette formulation réside dans la formulation de l'inverse  $\Gamma_\kappa^{-1}(\rho(k))$  qui peut s'exprimer par :

$$\Gamma_\kappa^{-1}(\rho(k)) = \alpha_0(\rho(k)) \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} \quad (\text{IV.91})$$

où le terme  $\alpha_0(\rho(k))$  représente l'inverse du déterminant de la matrice  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$ . Les coefficients  $\tilde{\alpha}_i(\rho(k))$  représentent les nouvelles coordonnées polytopiques de  $\Gamma_\kappa^{-1}(\rho(k))$  et sont construits à partir des différents  $\alpha_i(\rho(k))$  et de leur différents produits. De plus, comme la matrice  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  doit être définie positive quelque soient les paramètres variants  $\rho(k)$  (remarque IV.10), son déterminant associé est aussi positif, donc  $\alpha_0(k) > 0$ .

**Remarque IV.11**

*Du fait de la formulation polytopique du système, chaque  $\tilde{\alpha}_i$  est positif (voir définition II.8). Ainsi, la positivité du produit  $\tilde{\alpha}_i \tilde{\Gamma}_{ri}$  n'est affecté que par  $\tilde{\Gamma}_{ri}$ .*

La problème d'optimisation se réécrit :

$$\begin{cases} \underset{W_2}{\text{minimiser}} & \gamma \\ \text{sous la contrainte} & \gamma - W_2^T \Gamma_\kappa(\rho(k)) W_2 \succ 0 \end{cases} \quad (\text{IV.92})$$

où la contrainte peut être développée ainsi :

$$\begin{aligned} & \gamma - W_2^T \Gamma_\kappa(\rho(k)) W_2 \succ 0 \\ \Leftrightarrow & \gamma - W_2^T \left[ \alpha_0(\rho(k)) \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} \right]^{-1} W_2 \succ 0 \\ \Leftrightarrow & \gamma - \frac{1}{\alpha_0(\rho(k))} W_2^T \left[ \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} \right]^{-1} W_2 \succ 0 \\ \Leftrightarrow & \underbrace{\gamma \alpha_0(\rho(k))}_{\gamma'(\rho(k))} - W_2^T \left[ \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} \right]^{-1} W_2 \succ 0 \\ \Leftrightarrow & \gamma'(\rho(k)) - W_2^T \left[ \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} \right]^{-1} W_2 \succ 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.93})$$

avec  $\alpha_0(\rho(k)) > 0$  car  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  est strictement défini positif.

En appliquant le complément de Schur sur (IV.93), la contrainte s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \tilde{\Gamma}_{ri} & W_2 \\ W_2^T & \gamma'(\rho(k)) \end{bmatrix} \succ 0 \quad (\text{IV.94})$$

En choisissant  $W_2$  sous la forme polytopique suivante :

$$W_2 = \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) W_{2i} \quad (\text{IV.95})$$

et le même structure pour  $\gamma'(\rho(k))$ ,

$$\gamma'(\rho(k)) = \sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \gamma'_i < \gamma' \quad (\text{IV.96})$$

on peut résoudre les  $r$  LMIs :

$$\sum_{i=1}^r \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{ri} & W_{2i} \\ W_{2i}^T & \gamma'_i \end{bmatrix} \succ 0 \quad (\text{IV.97})$$

lesquelles sont garanties par :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{ri} & W_{2i} \\ W_{2i}^T & \gamma' \end{bmatrix} \succ 0 \quad \forall i \in \llbracket 1 : r \rrbracket \quad (\text{IV.98})$$

En adaptant l'équation (IV.92) avec les contraintes LPV (IV.98), le problème  $\mathcal{P}_2$  est résolu grâce au problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \underset{W_2}{\text{minimiser}} & \gamma' \\ \text{sous la contrainte} & \begin{cases} \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_{ri} & W_{2i} \\ W_{2i}^T & \gamma' \end{bmatrix} \succ 0 \\ \text{trace}(|Y_i|) - \varepsilon \succ 0 \end{cases} \end{cases} \quad \forall i \in \llbracket 1 : r \rrbracket \quad \varepsilon > 0 \quad (\text{IV.99})$$

où chaque  $Y_i$  est défini par extension du cas LTI par  $Y_i = \text{diag}(X_i)$ .

#### Remarque IV.12

Dans cette formulation, il a été omis le fait que chaque matrice  $\tilde{\Gamma}_{ri}$  - définissant la formulation polytopique du problème - doivent être définies positives. En effet, la matrice initiale  $\Gamma_\kappa(\rho(k))$  a été construite de telle sorte qu'elle soit définie positive. Cependant, rien ne garantit que chaque sous-matrice  $\tilde{\Gamma}_{ri}$  soit définie positive (vu qu'elles n'ont pas de représentation physique réelle), sauf celles qui appartiennent exactement à la définition des paramètres variants.

**Cas des matrices non définies positives** En accord avec la remarque IV.12, certaines matrices notées  $\tilde{\Gamma}_{ri}^-$  peuvent ne pas être définies positives, et peuvent être décomposées via une décomposition en valeurs singulières :

$$\tilde{\Gamma}_{ri}^- = V_n \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} D_{n1} > 0 & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & D_{n2} < 0 \end{bmatrix}}_{D_n} \cdot V_n^T \quad (\text{IV.100})$$

où  $V_n$  correspond aux vecteurs propres de  $\tilde{\Gamma}_{ri}^-$  et  $D_n$  la matrice portant les valeurs propres dans sa diagonale. La matrice  $D_{n1}$  représente les valeurs propres positives de la matrice  $D_n$  tandis que  $D_{n2}$  représente celles négatives.

Afin d'éliminer le problème des matrices non définies positives, la sous matrice  $D_{n2}$  (correspondante aux valeurs propres négatives) est remplacée par une matrice  $D_{n2}^+$  contenant des valeurs positives, "assez grandes" (voir la remarque IV.13 qui éclaire ce point) afin de ne pas affecter le résultat de l'optimisation.

#### Remarque IV.13

L'optimum est atteint par la plus petite valeur propre du système (voir Théorème IV.1). La meilleure solution est donc donnée par le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de l'inverse de  $\tilde{\Gamma}_{ri}^-$ . Les valeurs propres  $D_{n2}^+$  sont dites "assez grandes" afin qu'elles n'affectent pas le résultat de l'optimisation.

“Assez grandes” doit donc être interprété comme “au moins supérieur aux valeurs propres positives”. Dans ce cas, l’optimum sera bien porté par une valeur propre physique du système.

Il est finalement considéré la matrice  $\check{\Gamma}_{ri}$  au lieu de  $\tilde{\Gamma}_{ri}^-$  pour le processus d’optimisation défini par :

$$\check{\Gamma}_{ri} = V_n \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} D_{n1} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & D_{n2}^+ \end{bmatrix}}_{D_n} \cdot V_n^T \quad (\text{IV.101})$$

#### Remarque IV.14

Le fait de considérer la matrice  $\check{\Gamma}_{ri}$  au lieu de  $\tilde{\Gamma}_{ri}^-$  ne restreint pas les solutions du problème. Ceci est juste une solution afin d’éviter les solutions non réalistes.

### IV.5.8 Intérêt des paramètres variants qui varient lentement dans le temps

Dans la section précédente, la formulation polytopique de la matrice  $\Gamma_k^{-1}(\rho(k))$  a été largement mise en avant. Le principal point négatif de cette approche repose sur le conservatisme introduit par la modélisation polytopique ainsi que le nombre explosant de sous systèmes  $\tilde{\Gamma}_{ri}$ . Il y a  $2^N$  sous-systèmes où  $N$  représente le nombre de paramètres variants constituant la matrice  $\Gamma_k^{-1}(\rho(k))$ .

Afin d’outrepasser cette complexité, quelques astuces sont proposées pour réduire la taille du polytope et ainsi la complexité de la solution.

#### IV.5.8.a Approximation de Taylor

Le développement de Taylor d’une fonction  $f$  est donné par :

##### Définition IV.2 (Développement de Taylor)

Soit  $f$  une fonction dérivable au point  $a$ . Elle peut se réécrire par :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \quad (\text{IV.102})$$

où  $f^{(n)}(a)$  représente la  $n^{\text{ieme}}$  dérivée de la fonction  $f$  au point  $a$ .

Grâce à cette propriété, l’expression des paramètres variants  $\rho(k)$  ainsi que de leur éléments successifs  $\rho(k+i)$  est donné par :

$$\rho(k+\tau) = \rho(k) + \tau \cdot \underbrace{\rho'(k)}_{\leq M_\rho} + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\rho^{(n)}(k)}{n!} (\tau)^n \quad (\text{IV.103})$$

$$\rho(k+\tau) \simeq \rho(k) + \tau M_\rho \quad (\text{IV.104})$$

où le terme  $+\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\rho^{(n)}(k)}{n!}(\tau)^n$  est considéré négligeable et où  $M_\rho$  représente la variation maximale (ou borne supérieure) du paramètre  $\rho$ .

Cette propriété est très utile car elle permet de simplifier grandement le problème. Si les paramètres variants peuvent être considérés comme étant constants dans l'horizon  $s$ , ceci conduit à l'obtention d'un résidu seulement construit à partir de  $\rho$  à l'instant  $k$ , au lieu de  $[k-s : k]$ . De plus, les produits induits dépendent également seulement de  $\rho(k)$ .

Finalement, grâce à cette simplification, les réductions de polytope suivantes peuvent être adoptées.

#### IV.5.8.b Réduction du polytope

Dans le cas de paramètres à variations lentes dans le temps, les paramètres sont considérés constant dans la fenêtre de temps considéré  $[k-s : k]$ .

Ainsi, seul le terme  $\rho(k)$  ainsi que ses puissances apparaîtront dans la matrice  $\Gamma_\kappa^{-1}$  sous la forme  $\Gamma_\kappa^{-1}(\rho_k, \rho_k^2, \dots, \rho_k^N)$ . L'approche polytopique classique nécessitera de définir  $P = 2^r$  sommets du polytope.

Cependant, la l'information entre chaque paramètre n'est pas prise en compte :  $\rho_2(k) \triangleq \rho_k^2 = (\rho_1(k))^2 = (\rho_k)^2$ . Par exemple, dans le cas de deux paramètres variants (comme illustré sur la figure IV.4), le sommet  $\omega_4 = (\rho_1, \bar{\rho}_2)$  n'est pas requis. Seuls les 3 autres sommets sont suffisants afin de caractériser la définition des paramètres.

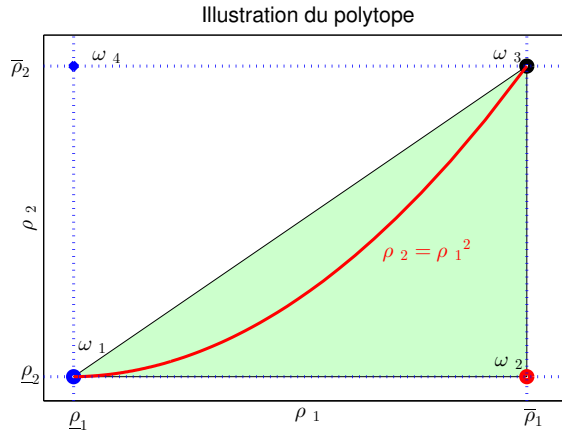


FIGURE IV.4 – Illustration de la réduction du polytope

Cette réduction peut être généralisée aux polytopes de dimension  $N$  sous la condition que la valeur minimale des paramètres variants soit nulle (comme présenté dans [Robert 2007]) :

#### Propriété IV.4

Un sommet  $\omega_j = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_N)$  - où chaque coordonnée  $\nu_i$  est défini par  $\nu_i =$

$\{\rho_{min} = 0, \rho_{max}\}$  - est un sommet admissible pour la définition des paramètres s'il vérifie la condition suivante :

$$\nu_{n+1} \leq \rho_{max} \nu_n \quad (IV.105)$$

Ainsi, seulement  $N + 1$  sommets sont nécessaires au lieu des  $2^N$  initiaux.

#### IV.5.9 Conclusion

Dans cette section, une méthode de génération de résidu pour les systèmes  $\mathcal{U}$ -LPV a été proposée. L'extension classique de l'approche pour les systèmes LPV en calculant l'inverse sous forme formelle présentée en section IV.3.3 n'étant pas envisageable dans cette application, la méthode est réétudiée mettant en œuvre une formulation polytopique et une résolution LMI.

Cependant, la complexité de l'approche mise en œuvre devient très grande suivant le nombre de paramètres variants et d'incertitudes. Ainsi, des solutions de réduction du système sont proposées permettant une synthèse plus aisée. Des résultats applicatifs sont proposés dans la section V.3.

### IV.6 Conclusion

Différentes méthodes de détection de défauts ont été présentées dans ce chapitre, avec chacune leur degré de complexité. Ces différentes méthodologies seront appliquées sur des données expérimentales provenant d'un véhicule réel.





# Détection de défauts et de situations critiques : application à la dynamique latérale d'un véhicule automobile

---

## Sommaire

---

<b>V.1 Introduction</b>	<b>105</b>
<b>V.2 Détection d'un défaut actionneur et commande tolérante</b>	<b>107</b>
V.2.1 Introduction	107
V.2.2 Modélisation du système	108
V.2.3 Détection et commande tolérante au défaut	111
V.2.4 Simulation du système et résultats	115
V.2.5 Conclusion	117
<b>V.3 Détection d'un défaut capteur et robustesse</b>	<b>117</b>
V.3.1 Scénario	117
V.3.2 Détection de défaut par espace de parité	120
V.3.3 Détection de défaut par espace de parité et robustesse	123
V.3.4 Conclusion	125
<b>V.4 Détection de situations critiques</b>	<b>126</b>
V.4.1 Introduction et problématique	126
V.4.2 Modèle du système	126
V.4.3 Modélisation des efforts latéraux des pneumatiques	127
V.4.4 Détection de défauts	130
V.4.5 Validation expérimentale	136
V.4.6 Conclusion	136
<b>V.5 Conclusion du chapitre</b>	<b>138</b>

---

## V.1 Introduction

L'industrie automobile s'est dotée lors des dernières décennies de nouveaux systèmes de sûreté pour les véhicules, aussi bien passifs tels que la ceinture de sécurité ou l'air bag qu'actifs comme l'ABS, l'ACC, l'ESP ou ESC etc... Ces produits sont

désormais courant sur les véhicules actuels. Ces systèmes sont étudiés dans l'objectif d'augmenter la sécurité des véhicules automobiles. Cependant, en cas de défaut, ils peuvent conduire à de très graves situations.

C'est ce constat qui motive l'étude de détection de défauts et de commande tolérante aux défauts pour l'automobile. Cette section est dédiée à la détection de défauts concernant la dynamique latérale du véhicule.

Tout d'abord, un véhicule automobile complètement autonome est considéré dans la section V.2. La direction du véhicule est contrôlée par un moteur, lequel présente un défaut. L'objectif de l'approche proposée est de détecter et estimer ce défaut, et de contrôler le système.

Par la suite, la section V.3 se focalise sur la détection d'un défaut sur le capteur gyrométrique d'une automobile. En effet, ce capteur est utilisé sur les véhicules modernes afin de détecter une sortie de route. En effet, de nombreux capteurs présentent des biais de mesure pouvant causer de mauvaises réactions du véhicule.

Finalement, une approche de détection de situations critiques est proposée dans la section V.4. De par la modélisation des pneumatiques en différentes zones : zone normale, zone critique puis zone de glissement, il est possible d'anticiper la perte d'adhérence d'un pneumatique afin de pouvoir agir sur un organe de contrôle (généralement freinage).

Toutes les applications proposées sont validées sur des données réelles, lesquelles sont acquises sur un véhicule réel au sein du laboratoire MIPS.

Ces applications ont fait l'objet de diverses publications :

- J1** Sébastien Varrier, Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Robust fault detection for Uncertain Unknown Inputs LPV system*, **Control Engineering Practice**, Elsevier, 2014 [Varrier 2014]
- J3** Juan C. Tudón-Martínez, Sébastien Varrier and Jorge de-J. Lozoya-Santos and Ruben Morales-Menendez, *Control Tolerante a Fallas en una Suspensión Automotriz Semi-activa*, Soumis à **IEEE Latin America Transactions**, 2013 [Tudón-Martínez 2013]
- J4** Sébastien Varrier and Damien Koenig and John-Jairo Martinez-Molina, *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*, **Journal Européen des Systèmes Automatisés**, 2013 [Varrier 2013c]
- C1** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *A parity space-based fault detection on LPV systems : Approach for vehicle lateral dynamics control system*. 8th IFAC Symposium Safeprocess, México, 8 :1191–1196, 2012. México, México city. [Varrier 2012b]
- C2** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Robust fault detection for vehicle lateral dynamics*. Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, pp. 4366–4371, 2012. USA, Hawaii, Maui. [Varrier 2012f]
- C4** Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Integrated fault estimation and fault tolerant control design for LPV systems*. 5th IFAC SSSC, 5, pp. 689–694, 2013. France, Grenoble. [Varrier 2013d]

N2 Sébastien Varrier, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*. 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 2013. France, Strasbourg. [Varrier 2013b]

## V.2 Détection d'un défaut actionneur et commande tolérante

### V.2.1 Introduction

L'objectif de cette approche est de pouvoir synthétiser de façon globale, c'est-à-dire via une seule synthèse, un estimateur de défaut ainsi qu'un contrôleur pour la dynamique latérale d'un véhicule.

Le véhicule considéré est un véhicule autonome, capable de suivre une trajectoire définie par un utilisateur. Le véhicule présente un défaut  $f$  l'actionneur  $u_L$ .

Le schéma de contrôle est présenté en figure V.1.

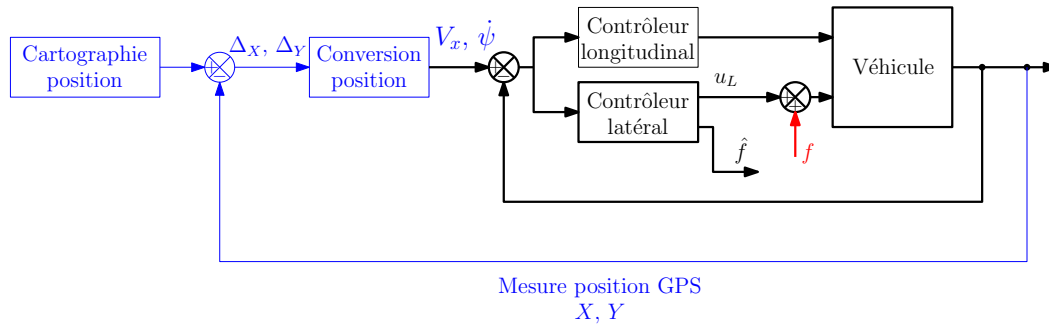


FIGURE V.1 – Illustration du schéma de contrôle

On retrouve une structure en cascade avec :

- en amont la cartographie et la mesure de la position. Cette cartographie présente la référence de position que doit suivre le véhicule. Il est alors calculé l'écart de position  $\Delta_X$  et  $\Delta_Y$  qui permettent de fournir une référence en terme de vitesse longitudinale  $V_x$  et de vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  afin de contrôler le véhicule.
- en aval la boucle interne comportant le véhicule lui même ainsi qu'un contrôleur pour la dynamique longitudinale (non étudié ici) ainsi qu'un contrôleur pour la dynamique latérale. Ce dernier contrôleur a deux objectifs : contrôler la dynamique latérale en agissant sur l'angle des roues  $u_L$  et estimer le défaut  $f$ .

L'objectif de cette section est de synthétiser le bloc "Contrôleur latéral" qui permet de contrôler le système en présence du défaut  $f$  et de l'estimer.

### V.2.2 Modélisation du système

Afin de contrôler la dynamique latérale du véhicule, le modèle bicyclette illustré en V.2 est utilisé.

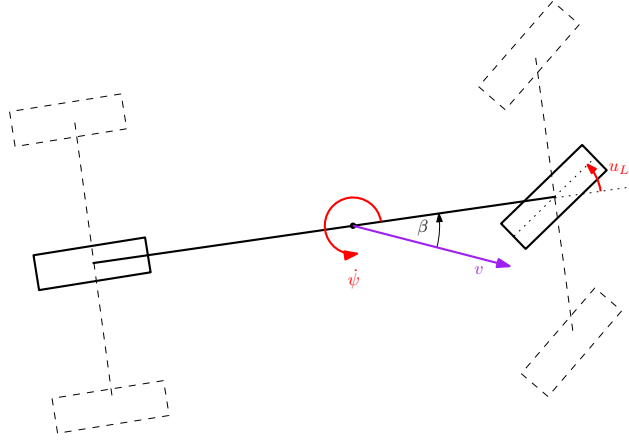


FIGURE V.2 – Schématisation du modèle bicyclette

#### V.2.2.a Modèle LPV dynamique du système

Ce modèle bicyclette présenté en III.4 est utilisé :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{I_z} & 1 \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_{yr} + c_{yf}}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{c_{yr}l_r^2 + c_{yf}l_f^2}{I_z} \end{bmatrix} \right. \\ \left. + \rho_2(k) \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{c_{yf}l_f}{I_z} \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_L(k) \quad (V.1)$$

Le capteur utilisé est le capteur gyrométrique, mesurant la vitesse de rotation  $\dot{\psi}(k)$  défini en (III.22) :

$$\dot{\psi}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} \quad (V.2)$$

On obtient finalement un système qui peut s'écrire sous la forme d'un système LPV défini en II.7 :

$$x(k+1) = A_d(\rho(k))x(k) + B_d(\rho(k))u(k) \quad (V.3a)$$

$$y(k) = C_d x(k) \quad (V.3b)$$

L'entrée de contrôle du système  $u_L$  est considérée comme étant entièrement contrôlable. Cette spécification s'interprète comme un moteur électrique ajouté sur la colonne de direction. La dynamique d'un tel dispositif est considérée largement plus rapide que la dynamique du système, et n'est donc pas considérée dans la modélisation proposée en (V.3).

Les paramètres du véhicule Renault Mégane Coupé présentés dans l'Annexe A.1 sont utilisés.

### V.2.2.b Modèle polytopique

Le système présenté en (V.3) dépend de deux paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$ . Ainsi, un choix trivial de l'espace des paramètres est donné par :

$$\mathcal{P}_{0\rho} = [\underline{\rho}_1 \quad \bar{\rho}_1] \times [\underline{\rho}_2 \quad \bar{\rho}_2] \quad (\text{V.4})$$

où  $\underline{\rho}_i$  et  $\bar{\rho}_i$  représentent respectivement les bornes inférieures et supérieures du paramètre  $\rho_i$ .

Par conséquent, le système peut être modélisé dans un polytope défini par  $P \triangleq 2^2 = 4$  sommets :

$$\mathcal{P}_{0\rho} \triangleq \text{Co}\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\} \quad (\text{V.5})$$

comme illustré sur la figure V.3. Chaque sommet  $\omega_i$  est défini par ses sommets  $\omega_i = [\omega_{i1} \quad \omega_{i2}]$  où chaque  $\omega_{ij}$  prend les valeurs  $\bar{\rho}_i$  or  $\underline{\rho}_i$

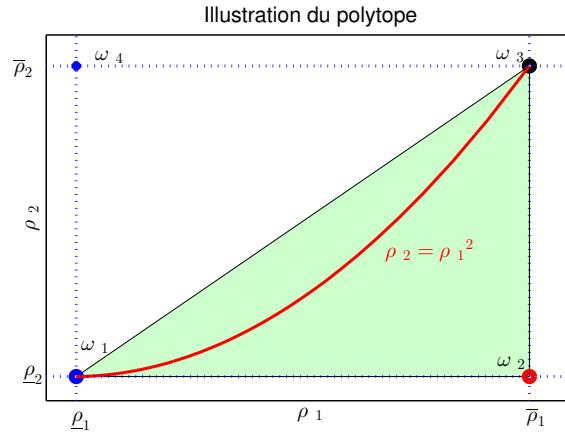


FIGURE V.3 – Variation des paramètres

#### Remarque V.1

*Le conservatisme d'un modèle polytopique se mesure en calculant le volume du polytope vis-à-vis du volume de la variation des paramètres (comme proposé en [Kwiatkowski 2007]). Ainsi, la réduction du polytope est très intéressante afin de réduire le conservatisme de l'approche proposée.*

En effet, dans notre cas, les paramètres  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont couplés ( $\rho_2 = \rho_1^2$ ),

On remarque que sur l'illustration du polytope V.3, le dernier sommet  $\omega_4$  peut être omis dans la définition du polytope, car les 3 autres suffisent à englober la variation des paramètres. Ainsi, seuls les 3 premiers sommets sont nécessaires afin

de définir l'espace des paramètres.

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} \underline{\rho}_1 & \underline{\rho}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{V.6a})$$

$$\omega_2 = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_1 & \underline{\rho}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{V.6b})$$

$$\omega_3 = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{V.6c})$$

Le conservatisme sera alors divisé par 2 dans ce cas.

Le contrôleur LPV polytopique est synthétisé grâce au théorème II.6 présenté en section II.4.3.c.

On remarque cependant que l'hypothèse (H3) concernant la matrice d'entrée n'est pas vérifiée. En effet, la matrice  $B_d(\rho(k))$  dépend de  $\rho$ . Afin de contourner cette hypothèse, l'astuce habituelle est d'interconnecter un filtre  $\mathcal{F}$  défini en V.7, illustré en V.4.

$$x_F(k+1) = A_F x_F(k) + B_F u(k) \quad (\text{V.7a})$$

$$u_L(k) = C_F x_F(k) \quad (\text{V.7b})$$

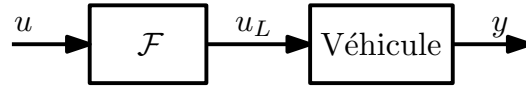


FIGURE V.4 – Interconnexion avec le filtre

En réalisant l'interconnexion avec le système (V.3), on obtient le modèle étendu (V.8) :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_F(k+1) \end{bmatrix}}_{x_e(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_d(\rho(k)) & B_d(\rho(k))C_F \\ \mathbb{O} & A_F \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}_e(\rho(k))} x_e(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbb{O} \\ B_F \end{bmatrix}}_{\mathcal{B}_e} u_e(k) \quad (\text{V.8a})$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} C_d & \mathbb{O} \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}_e} x_e(k) \quad (\text{V.8b})$$

qui respecte les hypothèses du système.

### Remarque V.2

*Le filtre (V.7) ajouté dans le système est simplement une astuce numérique afin de satisfaire le problème des matrices d'entrées possédant des paramètres variants. Sa bande passante doit cependant être choisie supérieure à la bande passante du système et avec un gain unitaire afin que son influence soit négligeable.*

Le système défini en (V.8) n'est pas sous la forme polytopique. Pour se faire, on

définit les bornes maximales du paramètre variant :

$$\underline{\rho}_1 = 0.04 \quad (\text{V.9a})$$

$$\underline{\rho}_2 = 0.0016 \quad (\text{V.9b})$$

$$\bar{\rho}_1 = 0.36 \quad (\text{V.9c})$$

$$\bar{\rho}_2 = 0.1296 \quad (\text{V.9d})$$

soit une vitesse minimale de  $10km.h^{-1}$  et maximale de  $90km.h^{-1}$ .

On obtient ainsi 3 sous systèmes évalués aux sommets du polytope défini en (V.6). Le système polytopique à temps discret s'écrit alors sous la forme présentée dans la définition II.8.

Chaque sous système est alors déduit en évaluant (V.8) aux sommets du polytope. En accord avec les notations de la définition en II.8, on obtient les 3 sous-systèmes :

$$A_i \triangleq \mathcal{A}_e(\omega_i) \quad (\text{V.10a})$$

$$B_i \triangleq \mathcal{B}_e(\omega_i) \quad (\text{V.10b})$$

$$C_i \triangleq \mathcal{C}_e \quad (\text{V.10c})$$

$$D_i \triangleq 0 \quad (\text{V.10d})$$

### V.2.3 Détection et commande tolérante au défaut

L'objectif de l'approche proposée est de synthétiser à la fois :

- un détecteur/estimateur de défaut capteur
- un contrôleur tolérant au défaut pour le système.

comme illustré sur la figure V.5.

La structure proposée s'inspire de la combinaison de la synthèse de contrôleur en II.4.3.c et de la synthèse d'estimateur dans la section II.4.4.

On retrouve sur le schéma de la figure V.5 le contrôleur  $K_c(\rho)$  permettant de réaliser la fonction de contrôle tolérant au défaut et un filtre  $K_d(\rho)$  afin d'estimer le défaut  $f$ . Ces deux filtres sont dépendant des paramètres variants du système.

Dans la stratégie proposée, on retrouve un filtre  $T$  permettant de spécifier la bande fréquentielle du défaut que l'on cherche à estimer.

#### V.2.3.a Structure du contrôleur

Les variables d'intérêt du système sont :

- $\varepsilon \triangleq y_{ref} - y$  qui représente l'écart entre la référence à suivre et la mesure
- $\tilde{f} \triangleq f - \hat{f}$  qui représente l'écart entre le défaut et le défaut estimé.

Bien entendu, l'objectif est de minimiser ces deux variables afin d'obtenir de bon suivi de référence et rejet de perturbation ainsi qu'une bonne estimation du défaut.

#### Remarque V.3

<sup>1</sup> Dans la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$ , on ajoute souvent la variable de commande  $u$  comme sortie d'intérêt afin de pouvoir spécifier sa forme fréquentielle, notamment afin de ré-



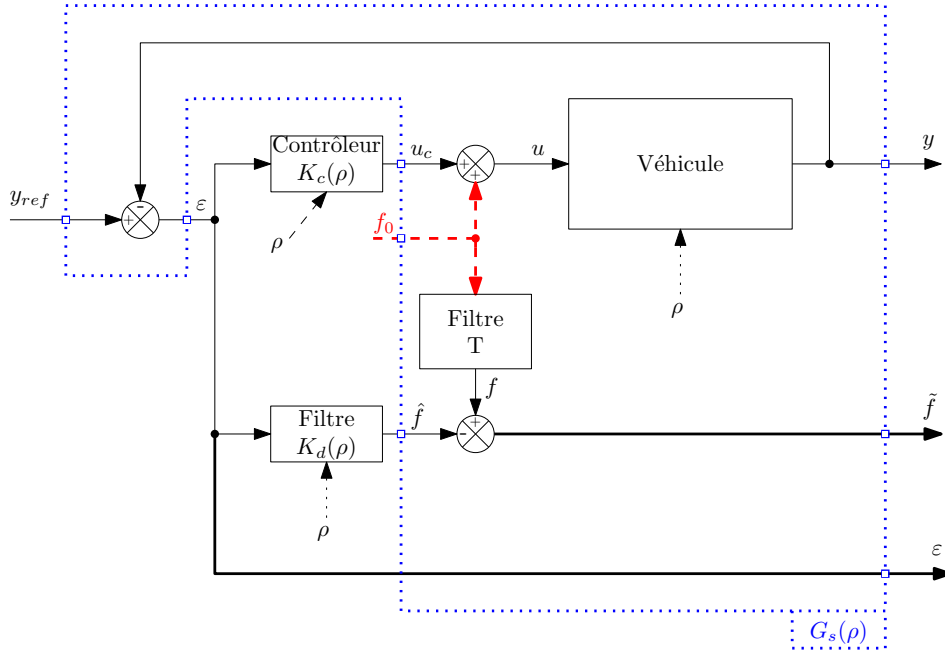


FIGURE V.5 – Schéma du détecteur et contrôleur commun

duire le bruit sur l'actionneur. Cependant, cette spécification n'est pas proposée ici par soucis de simplicité, mais peut être facilement ajoutée par le lecteur.

En accord avec la méthodologie présentée dans la section II.4.3.c, le système est réécrit sous la forme standard illustrée sur la figure V.6.

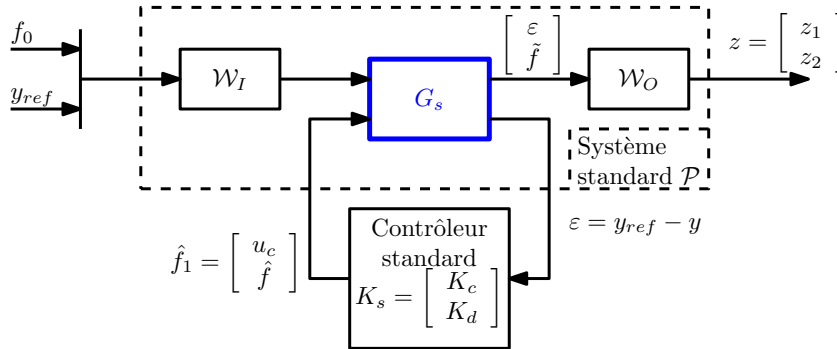


FIGURE V.6 – Problème sous forme standard

Les filtres  $\mathcal{W}_I$  et  $\mathcal{W}_O$  sont ajoutés pour respecter les spécifications du cahier des charges.

Dans notre cas,  $\mathcal{W}_I$  n'est pas utilisé :

$$\mathcal{W}_I = \mathbb{I} \quad (\text{V.11a})$$

tandis que le filtre  $\mathcal{W}_O$  nous permet de spécifier les performances du système sous la forme :

$$\mathcal{W}_O = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_\varepsilon & 0 \\ 0 & \mathcal{W}_f \end{bmatrix} \quad (\text{V.11b})$$

### V.2.3.b Analyse des fonctions de sensibilité

Le suivi de référence  $\varepsilon$  est donné par la relation :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= y_{ref} - y \\ &= y_{ref} - G_e(u_c + f_0) \\ &= y_{ref} - G_e f_0 - G_e K_c \varepsilon \\ &= \underbrace{(\mathbb{I} + G_e K_c)^{-1}}_{\mathcal{S}_c} y_{ref} - \mathcal{S}_c G_e f_0 \\ \varepsilon &= \mathcal{S}_c y_{ref} - \mathcal{S}_c G_e f_0 \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

De plus, l'estimation est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{f} &= K_d \varepsilon \\ \hat{f} &= K_d \mathcal{S}_c y_{ref} - K_d \mathcal{S}_c G_e f_0 \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

Il s'en suit l'expression de l'erreur d'estimation

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= f - \hat{f} \\ &= T f_0 - K_d \mathcal{S}_c y_{ref} + K_d \mathcal{S}_c G_e f_0 \\ \tilde{f} &= (T + K_d \mathcal{S}_c G_e) f_0 - K_d \mathcal{S}_c y_{ref} \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

On remarque ainsi que l'erreur de suivi  $\varepsilon$  est directement affectée par la référence du système  $y_{ref}$  et le défaut  $f_0$ .

Afin d'obtenir de bonnes performances, c'est-à-dire une forte atténuation de l'erreur de suivi  $\varepsilon$ , la sensibilité  $\mathcal{S}_c$  doit être faible. En extension du principe décrit pour les systèmes LTI en section II.4.1, la sensibilité  $\mathcal{S}_c$  est fortement atténuée en basses fréquences. Sa valeur singulière maximale est spécifiée de manière à ne pas dépasser les  $6dB$  :  $\|\mathcal{S}_c\|_\infty \leq 6dB$  afin de garantir une marge de module  $\Delta_M$  supérieure à 0.5 :  $\Delta_M \geq 0.5$ .

Le filtre  $\mathcal{W}_\varepsilon$  est alors synthétisé selon la forme présentée sur la figure V.7. Les résultats de la synthèse permettent d'obtenir les 3 fonctions de sensibilité  $\mathcal{S}_\varepsilon$  respectant les contraintes.

De même, l'erreur d'estimation du défaut est dépendante de  $y_{ref}$  et de  $f_0$ . La même approche est considérée. Une forte atténuation en basses fréquences est requise afin de garantir une bonne estimation du défaut. Néanmoins, l'intérêt du filtre  $T$  est clairement justifié à partir de (V.14). Si en effet la bande de fréquence du défaut  $f_0$  est connu, cette information est directement incorporée dans la synthèse du contrôleur. Finalement, le transfert  $\frac{\tilde{f}}{f_0}$  en est directement affecté.

Le filtre  $\mathcal{W}_f$  est synthétisé et présenté sur la figure V.8.

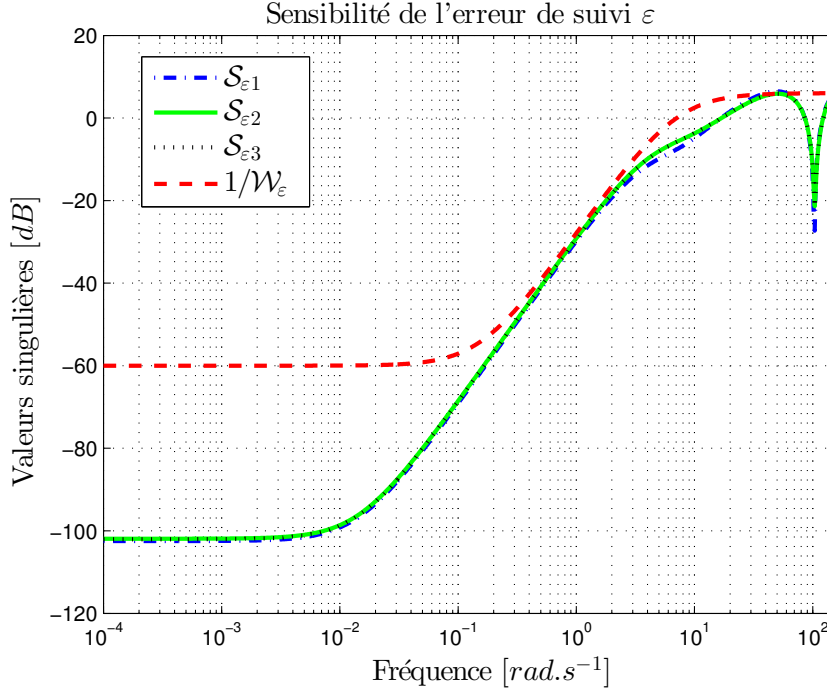


FIGURE V.7 – Sensibilité du suivi de référence

#### Remarque V.4

Dans la synthèse proposée, seuls les filtres  $\mathcal{W}_\varepsilon$  et  $\mathcal{W}_{\tilde{f}}$  sont ajoutés. Des filtres dépendant des paramètres variants peuvent également être considérés afin d'adapter les performances aux caractéristiques du système à chaque sommet.

#### V.2.3.c Amélioration des performances

On constate en (V.14) que l'erreur d'estimation  $\tilde{f}$  dépend de la référence  $y_{ref}$ . Afin d'éviter ce problème, l'estimation du défaut peut être compensée via l'utilisation de la référence, suivant le schéma proposé sur la figure V.9.

Ainsi, en définissant  $\mathcal{G}_0 \triangleq \| -K_d \mathcal{S}_c G_e \|_{j\omega=0}$ , soit le gain statique du transfert, l'expression de la nouvelle estimation du défaut  $\hat{f}'$  s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{f}' &= \frac{1}{\mathcal{G}_0} \left( \hat{f} - K_d \mathcal{S}_c y_{ref} \right) \\ \hat{f}' &= -\frac{K_d \mathcal{S}_c G_e}{\mathcal{G}_0} f_0 \end{aligned} \quad (\text{V.15})$$

Il en découle une erreur d'estimation du défaut seulement sensible au défaut  $f_0$  :

$$\tilde{f}' = \left( T + \frac{K_d \mathcal{S}_c G_e}{\mathcal{G}_0} \right) f_0 \quad (\text{V.16})$$

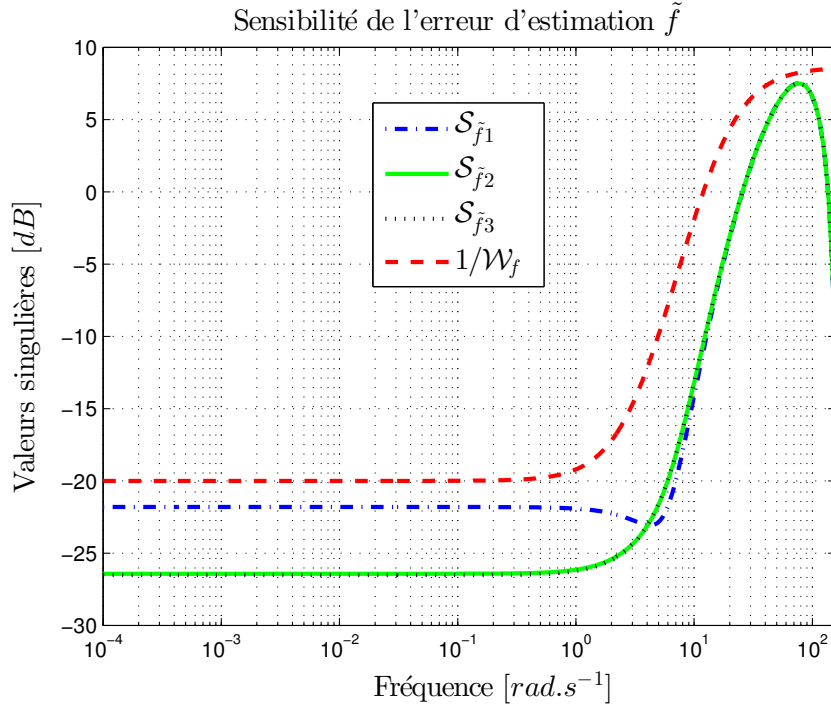


FIGURE V.8 – Sensibilité de l'erreur d'estimation

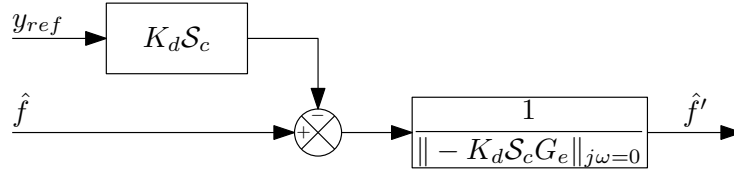


FIGURE V.9 – Schéma de l'estimation du défaut

## V.2.4 Simulation du système et résultats

### V.2.4.a Scénario

Le scénario de simulation provient de données réelles collectées dans le cadre du projet INOVE au sein du laboratoire MIPS. Des tests de l'Elan ont été effectués à différentes vitesses. Ici, les données mesurées provenant de la vitesse longitudinale et de la vitesse de lacet ont été utilisés afin de générer la trajectoire du véhicule (voir figures V.10).

Un défaut de type échelon a été ajouté sur le signal de commande afin de perturber le système durant le premier virage à  $t = 35s$ . Les résultats du contrôleur sont présentés dans la figure V.11.

On remarque que le défaut affecte les performances de la mesure vis-à-vis de la référence. En effet, le contrôleur maintient parfaitement la mesure au niveau de

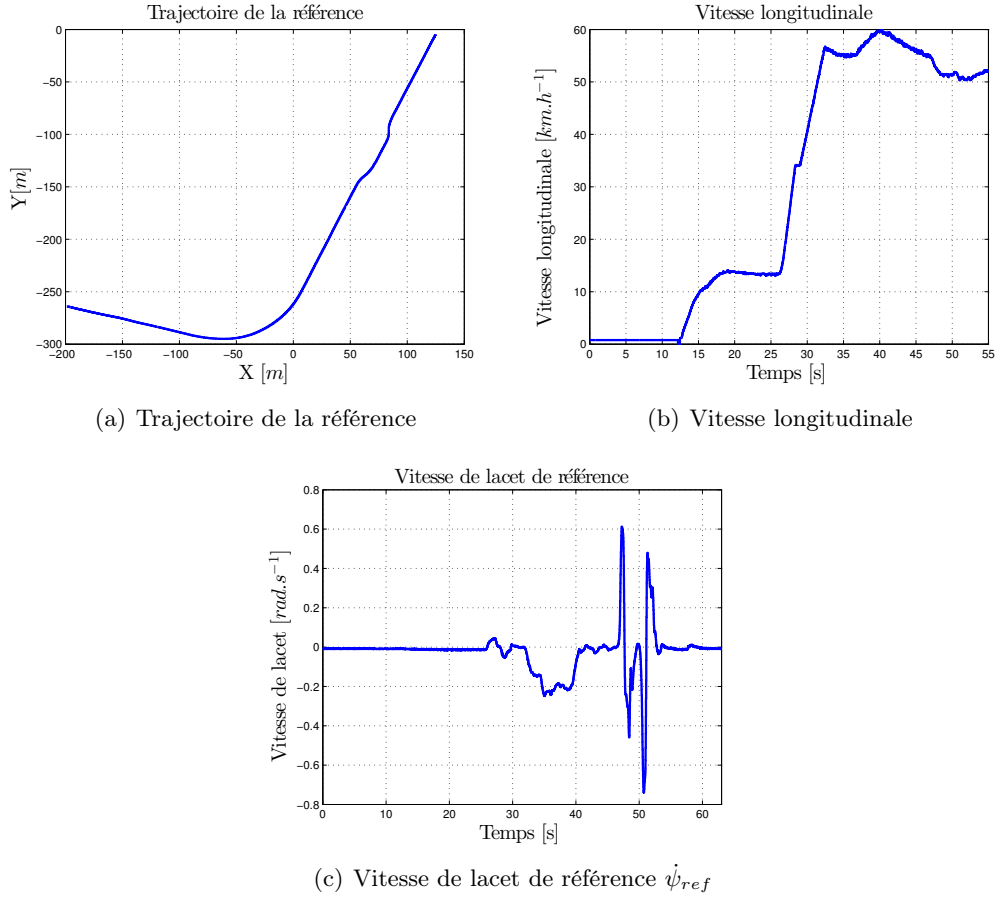


FIGURE V.10 – Signaux d'entrées du système

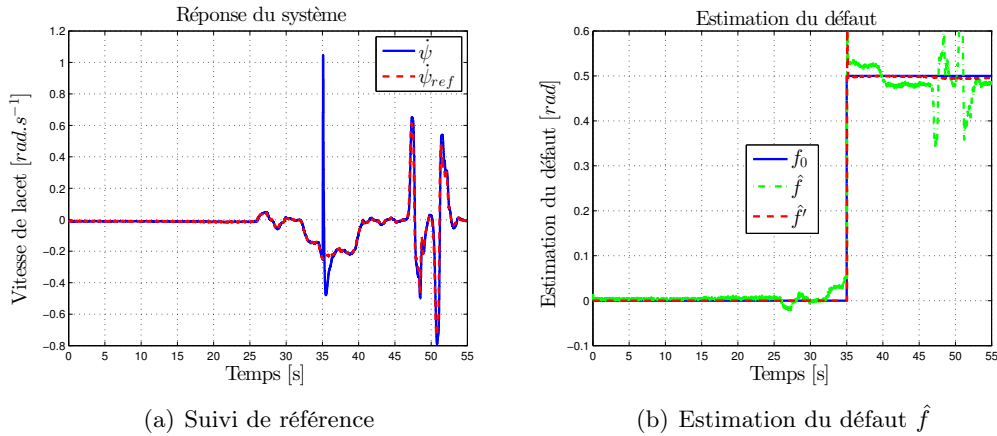


FIGURE V.11 – Performances du contrôleur : suivi de référence et estimation du défaut

la référence avant l'apparition du défaut. Dès l'apparition du défaut, celui-ci est

directement compensé par le contrôleur qui élimine son effet. La tolérance au défaut est donc efficace.

On remarque également que l'estimation du défaut est très rapide. L'extension proposée en V.2.3.c a également permis à l'erreur d'estimation de ne pas dépendre de la référence, comme illustré sur la courbe verte de la figure V.11(b).

### V.2.5 Conclusion

Dans cette section, une approche commune de détection et de commande tolérante au défaut pour la dynamique latérale est présentée.

Les résultats présentés s'appuient sur la modélisation du système comme un modèle bicyclette. Ce modèle a été identifié et validé d'un point de vue pratique sur le véhicule **Renault Mégane Coupé** dans le cadre du projet INOVE en partenariat avec le laboratoire MIPS. A partir de données extraites de campagnes d'essais, le modèle simulé est soumis à un défaut de l'actionneur de direction. Le contrôleur a donc pour objectif principal de contrôler le système en présence du défaut, et aussi d'estimer ce défaut. Les résultats présentés montrent que l'approche proposée est très performante, en permettant une atténuation du défaut.

## V.3 Détection d'un défaut capteur et robustesse

L'objectif de cette section est de mettre en application les méthodologies de détection de défauts présentées dans le chapitre IV. Les approches étudiées sont celle adaptée pour les systèmes LPV IV.3 et celle incluant de la robustesse présentée en IV.5.

Dans cette section, le but est de détecter un défaut sur le capteur gyrométrique du véhicule. Les différentes approches sont évaluées sur le même type de scénario.

### V.3.1 Scénario

Le scénario considéré fait appel aux données collectées auprès du laboratoire MIPS dans le cadre du projet INOVE.

Le test effectué avait pour objectif de valider le test de l'Elan sur la **Renault Mégane Coupé**, équipée de différents capteurs. Le circuit considéré est présenté sur la figure V.12.

#### V.3.1.a Mesures, modèle et défauts

Les mesures considérées concernant la dynamique latérale sont composées de l'accélération latérale  $a_y$ , de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$ , de la mesure de la vitesse longitudinale  $V_x$  ainsi que l'angle au volant  $u_L$ .

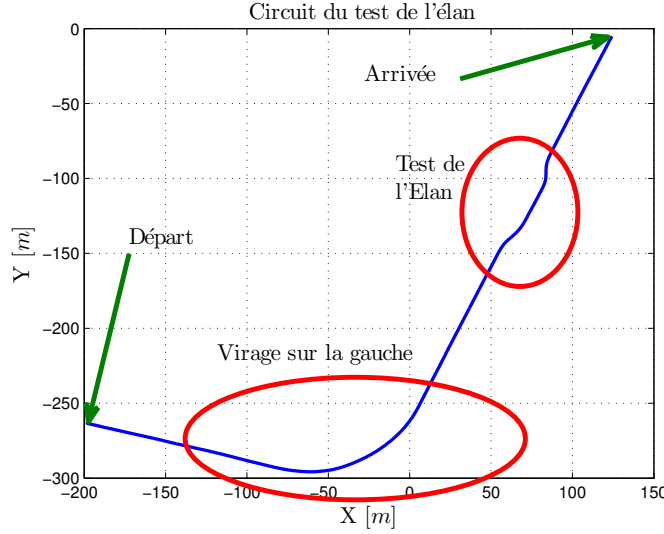


FIGURE V.12 – Circuit de validation du test de l'Elan

Le modèle considéré est le modèle bicyclette présenté en III.4, dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta}(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} = & \left( \begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{I_z} & 1 \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_{yr} + c_{yf}}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{c_{yr}l_r^2 + c_{yf}l_f^2}{I_z} \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + \rho_2(k) \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{c_{yf}l_f}{I_z} \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_L(k) \end{aligned} \quad (\text{V.17a})$$

où les paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont définis par  $\rho_1(k) \triangleq \frac{1}{v_x}$  et  $\rho_2(k) \triangleq \frac{1}{v_x^2}$ . Les mesures  $a_y$  et  $\dot{\psi}$  sont données par les modèles des capteurs en (III.22) et (III.24) :

$$\dot{\psi}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} \quad (\text{V.17b})$$

et

$$a_y = \left( \begin{bmatrix} -\frac{c_{yr} + c_{yf}}{m} & 0 \end{bmatrix} + \rho_1(k) \begin{bmatrix} 0 & \frac{c_{yr}l_r - c_{yf}l_f}{m} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix} + c_{yf}u_L(k) \quad (\text{V.17c})$$

Ce modèle est réécrit sous la forme d'un modèle LPV défini en II.7 sous la forme :

$$x(k+1) = A(\rho(k))x(k) + B(\rho(k))u_L(k) \quad (\text{V.18a})$$

$$y(k) = C_\rho(k)x(k) + D(\rho(k))u_L(k) \quad (\text{V.18b})$$

avec  $y(k) = \begin{bmatrix} a_y(k) \\ \psi(k) \end{bmatrix}$ .

A partir des données du véhicule, les valeurs numériques des matrices sont données par :

$$A(\rho(k)) = \begin{bmatrix} 1.0 - 1.71\rho_1(k) & 0.58\rho_2(k) - 0.02 \\ 0.47 & 1.0 - 2.33\rho_1(k) \end{bmatrix} \quad (\text{V.18c})$$

$$B(\rho(k)) = \begin{bmatrix} 0.70\rho_1(k) \\ 0.67 \end{bmatrix} \quad (\text{V.18d})$$

$$C(\rho(k)) = \begin{bmatrix} -85.45 & 28.77\rho_1(k) \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.18e})$$

$$D(\rho(k)) = \begin{bmatrix} 35.24 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.18f})$$

La manœuvre s'effectue autour de la vitesse  $v_x = 30 \text{ km.h}^{-1}$ . Les mesures expérimentales concernant cet essai sont illustrées sur la figure V.13.

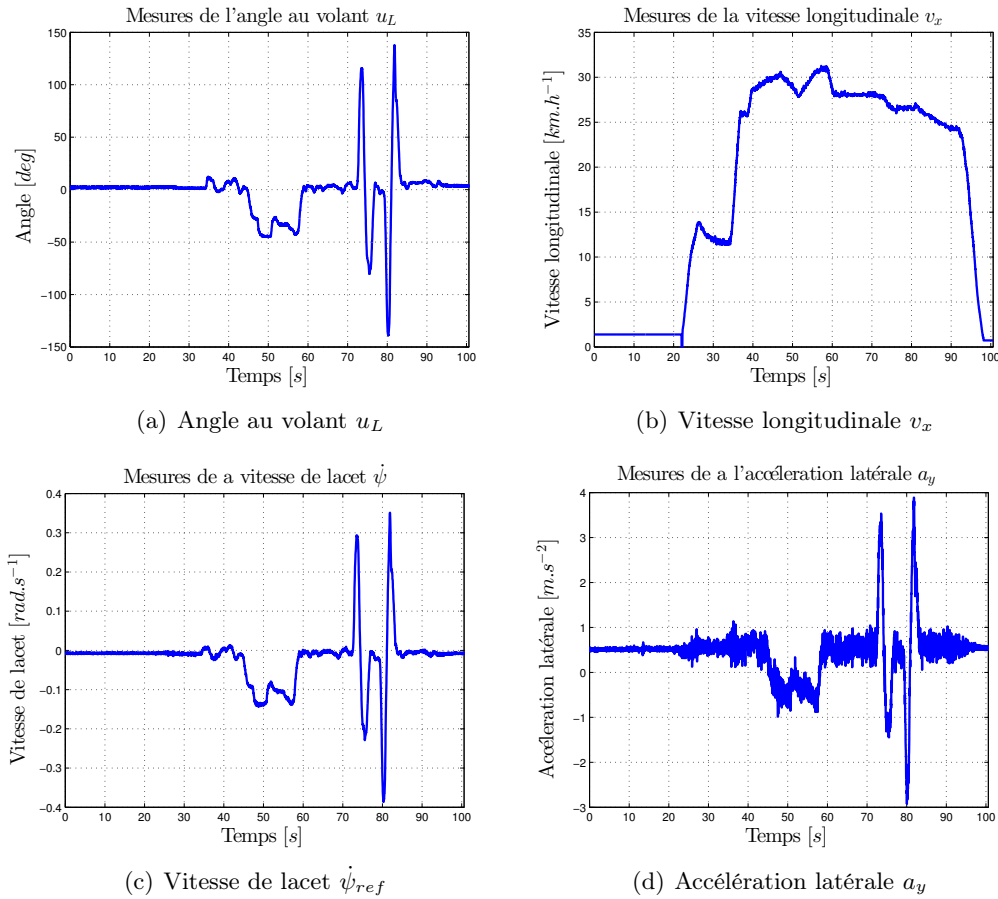


FIGURE V.13 – Mesures expérimentales du système

A partir de ces mesures, on remarque premièrement que l'accélération latérale du système est relativement bruitée.



Ces essais ont par la suite été traités numériquement afin d'ajouter un défaut sur la mesure, lequel est à détecter. Le défaut considéré est un échelon affectant la mesure  $\dot{\psi}$  d'amplitude  $0.05 \text{ rad.s}^{-1}$  entre  $t_i = 50s$  et  $t_f = 55s$ .

### V.3.2 Détection de défaut par espace de parité

La méthodologie présentée en section IV.3.3 est appliquée. En effet, le modèle utilisé en (V.18) est LPV, ainsi une approche LPV est nécessaire.

En appliquant la méthodologie de l'espace de parité, les mesures  $y(k)$  sont étendues selon l'horizon  $s$  :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y_s(k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} C(\rho(k-s)) \\ C(\rho(k-(s-1)))A(\rho(k-s)) \\ \vdots \\ C(\rho(k)) \prod_{i=1}^{s-1} A(\rho(k+i-1)) \end{bmatrix}}_{H_{os}(\rho(k))} x(k-s) + H_{us}(\rho(k-s)) \underbrace{\begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}}_{U_s(k)} \quad (\text{V.19})$$

Dans cette application, la matrice des sorties  $C(\rho(k))$  possède 2 lignes. Le système possédant 2 états, on peut choisir l'horizon  $s = 1$ .

On obtient alors la matrice  $H_{os}(\rho(k))$  valant :

$$H_{os}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} -85.45 & 28.77\rho_1(k-1) \\ 0 & 1 \\ H_{os31} & H_{os32} \\ 0.47 & 1 - 2.33\rho_1(k-1) \end{bmatrix} \quad (\text{V.20a})$$

où

$$H_{os31} = 13.59\rho_1(k) + 146.03\rho_1(k-1) - 85.45 \quad (\text{V.20b})$$

$$H_{os32} = 28.77\rho_1(k) - 49.177\rho_2(k-1) - 67.18\rho_1(k)\rho_1(k-1) + 1.71 \quad (\text{V.20c})$$

Cette matrice se décompose sous la forme proposée en (IV.33) :

$$H_{os}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} H_{os1}(\rho(k)) \\ H_{os2}(\rho(k)) \end{bmatrix} \quad (\text{V.21})$$

où  $H_{os1}(\rho(k))$  est la partie régulière de  $H_{os}(\rho(k))$ .

On peut choisir ici :

$$H_{os1}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} -85.45 & 28.77\rho_1(k-1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.22a})$$

$$H_{os2}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} H_{os31} & H_{os32} \\ 0.47 & 1 - 2.33\rho_1(k-1) \end{bmatrix} \quad (\text{V.22b})$$

Finalement, la matrice de parité est construite à l'aide des équations (IV.37) et (IV.40).

On obtient :

$$\begin{aligned} W(\rho(k))^T &= [-H_{os2}(\rho(k))H_{os1}(\rho(k))^{-1} \quad \mathbb{I}_q] \\ W(\rho(k))^T &= \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & 1.0 & 0 \\ 0.0055 & 2.18r_1k_1 - 1.0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{V.23a})$$

avec

$$W_{11} = 0.156\rho_1(k) + 1.71\rho_1(k-1) - 1.0 \quad (\text{V.23b})$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= 28.77\rho_1(k-1) - 28.77\rho_1(k) + 49.17\rho_2(k-1) \\ &\quad + 62.60\rho_1(k)\rho_1(k-1) - 49.17\rho_1(k-1)^2 - 1.71 \end{aligned} \quad (\text{V.23c})$$

On obtient deux résidus  $r(k) = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix}$ , dont la forme est donnée par l'équation (IV.29) :

$$r(k) = W(\rho(k)) \left( \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} - H_{us}(\rho(k)) \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{V.24})$$

avec  $H_{us}(\rho(k))$  selon (IV.31) donné par :

$$H_{us}(\rho(k)) = \begin{bmatrix} 35.24 & 0 \\ 0 & 0 \\ 19.14\rho_1(k) - 60.22\rho_1(k-1) & 35.24 \\ 0.66516 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.25})$$

Les deux résidus (V.24) sont finalement donnés par les équations aux différences :

$$\begin{aligned} r_1(k) &= -35.24u_L(k) + [35.24 - 24.74\rho_1(k)]u_L(k-1) \\ &\quad + a_y(k) + [0.16\rho_1(k) - 1.0 + 1.71\rho_1(k-1)]a_y(k-1) \\ &\quad + [28.77\rho_1(k-1) - 1.71 - 28.77\rho_1(k) \\ &\quad + 49.17\rho_2(k-1) - 49.17\rho_1(k-1)^2 + 62.60\rho_1(k)\rho_1(k-1)]\dot{\psi}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{V.26a})$$

$$\begin{aligned} r_2(k) &= \dot{\psi}(k) - 0.86u_L(k-1) + 0.0055a_y(k-1) \\ &\quad + [2.18\rho_1(k-1) - \dot{\psi}(k-1)]\dot{\psi}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{V.26b})$$

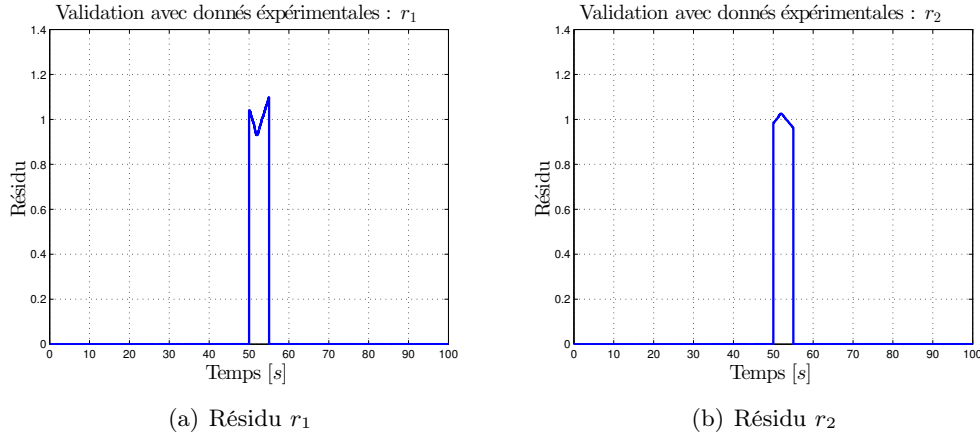


FIGURE V.14 – Validation des résidus sur modèle de simulation

Ces résidus sont alors préalablement utilisés sur des données en simulation. Les résultats sont présentés sur la figure V.14.

On remarque que les résidus présentent une forme parfaite, c'est-à-dire que l'information est nulle lorsqu'il n'y a pas de défaut et est non nulle dès l'apparition du défaut.

Par la suite, ces résidus sont appliqués sur les données expérimentales du véhicule. On obtient les résultats illustrés en V.15.

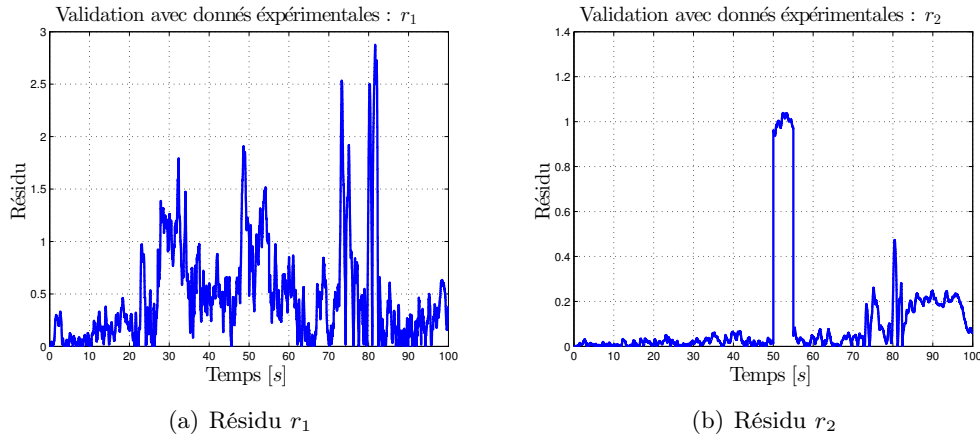


FIGURE V.15 – Validation des résidus sur données expérimentales

On constate cette fois que les résidus sont affectés par le bruit des données expérimentales. En effet, on avait remarqué d'après les données expérimentales V.13 que l'accélération latérale V.13(d) était très bruitée. De plus, le résidu  $r_1(k)$  (V.26a) étant dépendant de cette donnée, il est lui même très bruité.

On remarque cependant que le deuxième résidu  $r_2(k)$  est lui beaucoup plus exploitable.

Afin d'évaluer les performances, on utilise 2 critères :

- $\chi$  représente le ratio des moyennes du résidu durant le défaut et après le défaut ;
- $\varpi$  représente le ratio entre la plus petite valeur du résidu durant le défaut et la plus grande après le défaut.

On obtient les résultats présentés dans la table V.1 et illustré sur la figure V.16.

Critère	Résidu $r_1$	Résidu $r_2$
$\chi$	2.0868	8.87
$\varpi$	0.11662	1.9785

TABLE V.1 – Analyse de la performance des résidus  $r_1$  et  $r_2$

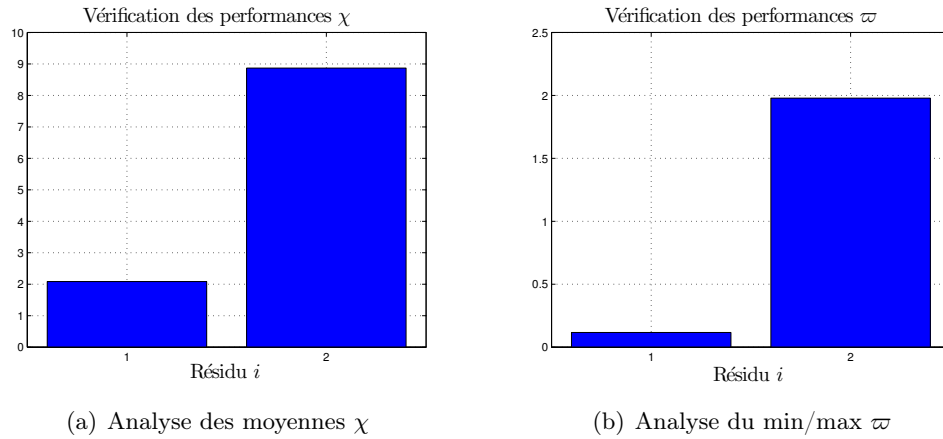


FIGURE V.16 – Analyse des performances des résidus

Afin d'améliorer les performances des détecteurs de défauts, l'approche par robustesse est alors appliquée.

### V.3.3 Détection de défaut par espace de parité et robustesse

La méthodologie présentée en section IV.5 est appliquée.

Le modèle (V.18) est complété avec les matrices  $A_1$  et  $D_d$  afin de prendre en compte des incertitudes sur le système, comme présenté dans la modélisation  $\mathcal{U}$ -LPV (IV.70).

Les incertitudes proviennent majoritairement de la modélisation du véhicule, notamment dans la considération linéaire des efforts des pneumatiques.

#### Remarque V.5

*La modélisation incertaine permet aussi de prendre en compte des paramètres qui peuvent changer dans le temps, comme la masse  $m$  du véhicule qui varie en fonction du nombre de personnes présentes dans le véhicule, de la consommation*

de carburant ...

L'incertitude sur l'état  $A_1$  est choisie comme étant 20 % autour du système nominal évalué pour la vitesse nominal de  $v^* = 20km.h^{-1} \simeq 5.56m.s^{-1}$ , soit  $\rho^* = \frac{1}{5.56} = 0.18$ .

La matrice  $A_1$  est donc donnée par :

$$A_1 = 0.2A(\rho^*) = 0.2A(0.18) \quad (V.27a)$$

Comme il a été noté dans l'analyse des signaux, l'accélération latérale est très bruitée. Une nouvelle entrée inconnue  $d(k)$  est alors considérée ayant pour matrice de distribution  $D_d$  :

$$D_d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V.27b)$$

afin de n'affecter que la mesure de l'accélération latérale.

L'horizon  $s$  a été choisi  $s = 3$  afin d'obtenir un découplage parfait vis-à-vis du système nominal et pour garantir la robustesse du résidu face aux perturbations.

Les paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont issus de la vitesse longitudinale du véhicule. La période d'échantillonnage du système étant de  $T_e = 20ms$ , l'horizon dure  $60ms$ . La vitesse du véhicule peut être considérée comme étant constante. Cette hypothèse constitue la première étape des simplifications proposées dans la section IV.5.8.

De plus, la relation entre les paramètres variants (déjà évoquée dans la section V.2.2.b et illustrée sur la figure V.3 permet de s'affranchir de la définition de certains sommets du polytope. Le paramètre variant  $\rho_2(k) = \rho_1(k)^2$  n'est alors considéré que suivant l'expression de  $\rho_1$ .

On remarque également que le paramètre variant  $\rho(k)$  est toujours inférieur à 1 pour des vitesses supérieures à  $3.6km.h^{-1}$ . Cette remarque est très intéressante car en effet, les différents produits des paramètres variants apparaissant dans l'application de la méthodologie de la section IV.5.7.b pourront être négligés. Ainsi, les termes  $\rho_1(k)^x$  inférieurs à un certain seuil peuvent être négligés.

Le polytope final est alors composé de 6 sommets afin de synthétiser la matrice  $W_2(\rho(k))$  sous la forme :

$$W_2(\rho(k)) = \sum_{i=1}^6 \tilde{\alpha}_i(\rho(k)) W_{2i} \quad (V.28)$$

Le résidu  $r_3(k)$  est alors donné sous la forme :

$$r_3(k) = W_2(\rho(k)) \cdot P(\rho(k)) \left( \begin{bmatrix} y(k-2) \\ y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix} - H_{us}(\rho(k)) \begin{bmatrix} u(k-2) \\ u(k-1) \\ u(k) \end{bmatrix} \right) \quad (V.29)$$

En implémentant ce résidu à partir des données expérimentales, on obtient la figure V.17.

On constate que la robustesse dans la synthèse permet de mieux atténuer les valeurs du résidu en l'absence de défaut. En effet, les analyses des performances sont présentées dans la table V.2 et illustrées sur les figures V.18.

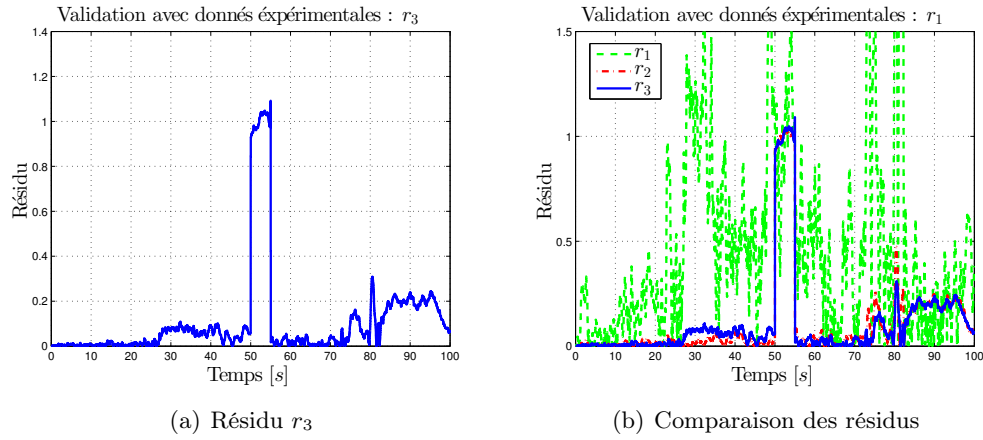


FIGURE V.17 – Résidus validés sur modèle linéaire

Critère	Résidu $r_1$	Résidu $r_2$	Résidu $r_3$
$\chi$	2.0868	8.87	10.28
$\varpi$	0.11662	1.9785	3.01

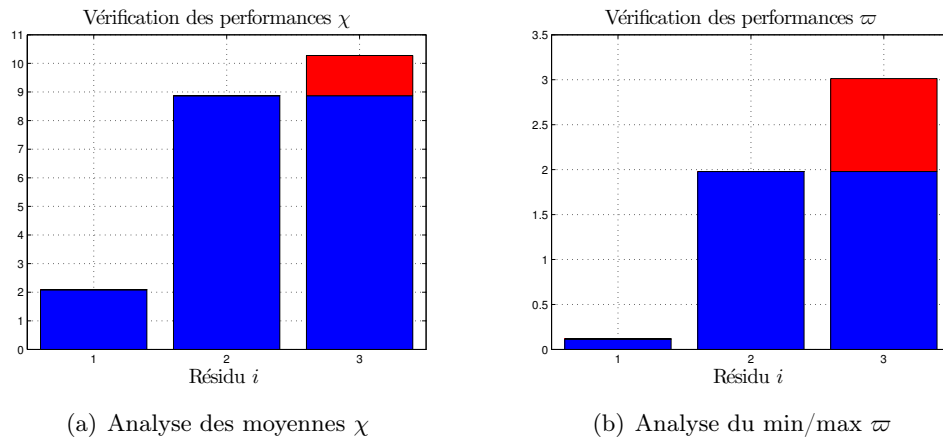
TABLE V.2 – Analyse de la performance des résidus  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$ 

FIGURE V.18 – Analyse des performances des résidus

L'approche par robustesse a permis d'améliorer les performances concernant le ratio des moyennes de  $\bar{\chi} = 16\%$  et de  $\overline{\varpi} = 52\%$  entre la plus petite valeur en défaut et la plus grande en régime sain.

### V.3.4 Conclusion

Dans cette section, deux approches de détection de défauts, l'une simplement LPV et l'autre incertaine et LPV ont été mise en œuvre dans le but de détecter un

défaut sur un capteur gyroscopique du système.

Les deux méthodologies ont été appliquées sur des données réelles de véhicule. On constate que ces deux méthodes offrent des résultats acceptables. Cependant, la méthode robuste permet d'améliorer de près de 52% les performances de détection du défaut.

Les deux approches sont établies à partir de l'extension de la méthodologie de l'espace de parité. La méthode LPV est relativement plus simple en terme de synthèse car la principale complexité de la synthèse réside dans l'inversion formelle d'une matrice en fonction des paramètres variants du système. En outre, la méthode robuste est plus dense en terme de calcul car elle nécessite un horizon  $s$  plus élevé et la résolution de LMIs.

## V.4 Détection de situations critiques

### V.4.1 Introduction et problématique

L'objectif de la détection d'une situation critique est de détecter une perte de contrôle du véhicule. Cette information pourra par la suite être envoyée à un organe de contrôle actif dont l'objectif sera de rattraper la trajectoire désirée, comme le traite à l'heure actuelle l'ESP.

La détection de situations critiques s'appuie sur la modélisation des efforts des pneumatiques en différentes zones :

- zone normale
- zone critique
- zone de glissement.

Lors de la campagne d'essais réalisée à Mulhouse permettant de valider le modèle non-linéaire du véhicule, le test de l'Elan était un des scénario de validation (voir section III.5.2). Ce test de l'Elan a été validé pour les vitesses  $v = 30$  et  $60 km.h^{-1}$ , mais pas pour la vitesse  $v = 90 km.h^{-1}$ . Pour cette dernière vitesse, le véhicule a perdu sa stabilité et est parti hors de la route en tête à queue comme illustré sur les figures V.19.

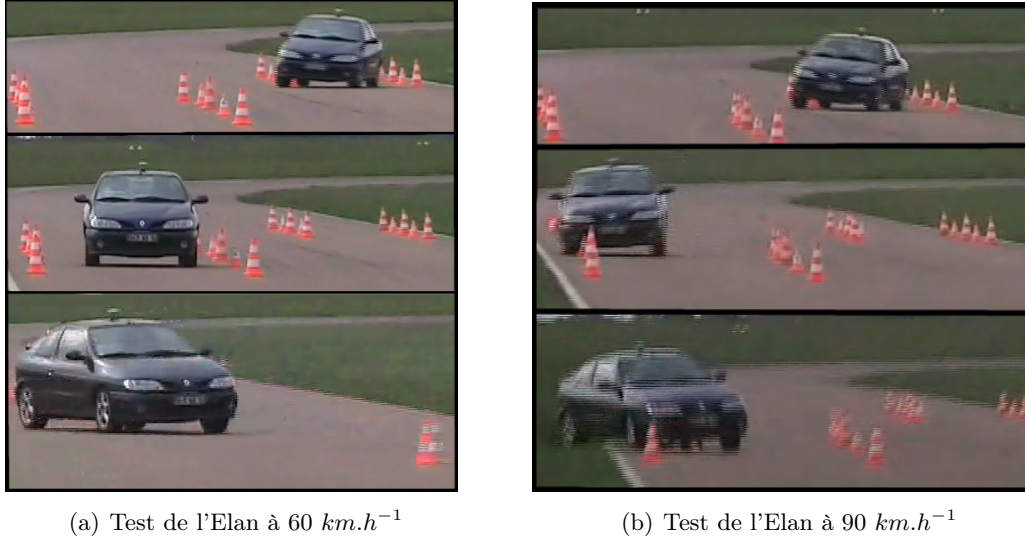
L'objectif de cette section est ainsi de pouvoir détecter la situation critique apparue lors de l'essai à  $v = 90 km.h^{-1}$ .

### V.4.2 Modèle du système

Le modèle considéré est le modèle bicyclette présenté en III.4, dont la dynamique est donnée par :

$$mv(t) \left( \dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(t) \right) = F_{ty_r}(t) + F_{ty_f}(t) + F_{dy}(t) \quad (V.30a)$$

$$I_z \ddot{\psi}(t) = l_f F_{ty_f}(t) - l_r F_{ty_r}(t) \quad (V.30b)$$

(a) Test de l'Elan à 60  $km.h^{-1}$ (b) Test de l'Elan à 90  $km.h^{-1}$ FIGURE V.19 – Photo du test de l'Elan à 60 et 90  $km.h^{-1}$ 

où la mesure de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  est donnée par :

$$\dot{\psi}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} \quad (V.31)$$

### V.4.3 Modélisation des efforts latéraux des pneumatiques

D'après l'équation (V.30), la dynamique latérale dépend des efforts latéraux des 4 pneumatiques. Il existe dans la littérature de nombreux modèles de pneumatiques [Rajamani 2005, Pacejka 2012, Jazar 2009].

Parmi ces modèles, l'un des plus utilisés dans la communauté est le modèle de Pacejka où la force latérale  $F_y$  est donnée en fonction de l'angle de dérive de la roue  $\beta_i$  (où  $i$  représente l'avant ( $i = f$ ) ou l'arrière ( $i = r$ ) du véhicule) par :

$$F_{yi} = D \sin \left[ C \arctan \left( B \beta_i - E (B \beta_i - \arctan(B \beta_i)) \right) \right] \quad (V.32)$$

Ce modèle est basé sur des mesures expérimentales qui permettent d'affiner les paramètres  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ . Ce modèle est présenté sur la figure V.20.

D'après ce modèle non linéaire, on retrouve 3 zones de fonctionnement :

- zone normale : c'est la zone où l'adhérence du pneu est correcte. La caractéristique du pneu peut alors être considérée comme linéaire.
- zone critique : c'est la zone où l'adhérence devient limite. On est à la limite du glissement.
- zone de glissement : dans cette zone, le pneu glisse sur la chaussée.

Ainsi, en fonctionnement normal, l'expression des forces latérales  $\overline{F_{yf}}$  et  $\overline{F_{yr}}$  est donnée en fonction des angles de glissement avant  $\beta_f$  et arrière  $\beta_r$  par :

$$\overline{F_{yf}} = c_f \beta_f \quad (V.33a)$$



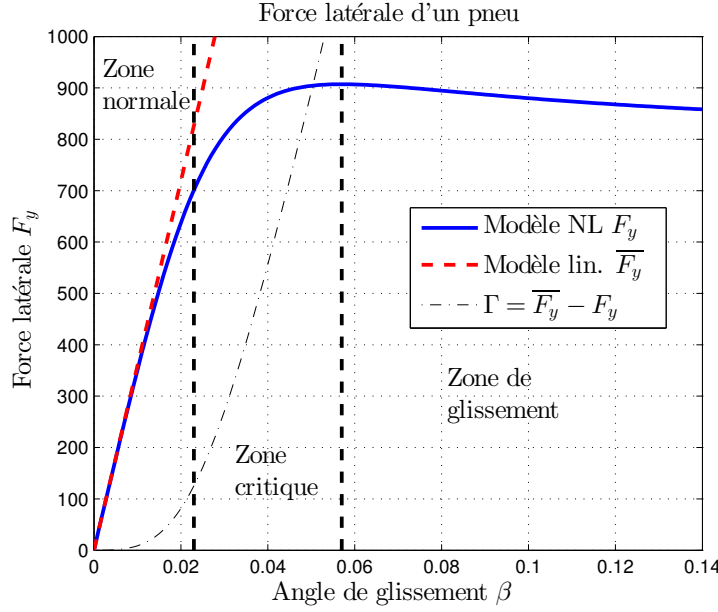


FIGURE V.20 – Force latérale d'un pneu

$$\overline{F_{yr}} = c_r \beta_r \quad (\text{V.33b})$$

avec :

$$\beta_f = u_f - \beta - \frac{l_f \dot{\psi}}{v} \quad (\text{V.34a})$$

$$\beta_r = -\beta + \frac{l_r \dot{\psi}}{v} \quad (\text{V.34b})$$

Afin de prendre en compte l'aspect non linéaire des pneus, les forces réelles  $F_{yi,i=f,r}$  sont composées de la composante nominale (linéaire) et d'une composante non linéaire  $\Gamma_{i,i=f,r}(\beta)$  de la forme :

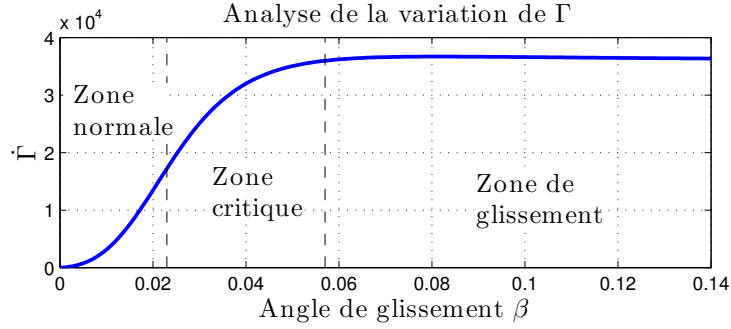
$$F_{yf} = \overline{F_{yf}} + \Gamma_f(\beta) \quad (\text{V.35a})$$

$$F_{yr} = \overline{F_{yr}} + \Gamma_r(\beta) \quad (\text{V.35b})$$

En analysant la fonction  $\Gamma(\beta)$ , on remarque que sa dérivée est toujours positive sur l'intervalle considéré (figure V.21). On constate que le modèle linéaire sur-évalue toujours la force latérale réelle.

#### Remarque V.6

*Le fait de sur-évaluer le système réel est intéressant d'un point de vue pratique. En effet, la détection de la situation critique se fera toujours avant que la voiture soit réellement en situation critique. Il sera alors plus aisé de pouvoir rattraper la situation. A contrario, il ne faut pas non plus trop sur-évaluer la tendance réelle pour ne pas tomber dans la situation de fausses alarmes.*

FIGURE V.21 – Analyse de la variation de  $\Gamma$ 

On constate également que dans la zone linéaire/normale, la différence entre les deux modèles reste faible, tandis que dans la zone critique, la différence est beaucoup plus significative.

A partir du modèle donné en (V.30) et de la modélisation des forces en (V.34) et (V.35), la dynamique du véhicule est donnée par :

$$mv(t) \left( \dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(t) \right) = c_f u_L(t) - (c_r + c_f) \beta(t) + \frac{(c_r l_r - c_f l_f)}{v(t)} \dot{\psi}(t) + \Gamma_f + \Gamma_r \quad (\text{V.36a})$$

$$I_z \ddot{\psi}(t) = l_f c_f u_L(t) - \frac{l_f^2 c_f - l_r^2 c_r}{v(t)} \dot{\psi}(t) + (l_r c_r + l_f c_f) \beta(t) + l_f \Gamma_f - l_r \Gamma_r \quad (\text{V.36b})$$

et peut s'écrire sous la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_r + c_f}{mv(t)} & \frac{c_r l_r - c_f l_f}{mv(t)^2} - 1 \\ \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z} & -\frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z v(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} \quad (\text{V.36c})$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{c_f}{mv(t)} \\ \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix} u_L(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{mv(t)} & \frac{1}{mv(t)} \\ \frac{l_f}{I_z} & -\frac{l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_f \\ \Gamma_r \end{bmatrix} \quad (\text{V.36d})$$

On retrouve dans (V.36c) la forme classique du modèle bicyclette, où apparaît les déviations  $\Gamma_i$  entre le modèle linéaire et non linéaire.

Le problème de détection de la situation critique peut maintenant se traduire par un problème de détection de défauts, où  $\Gamma_{i,i=f,r}$  sont les défauts à détecter.

#### Remarque V.7

*Selon le caractère sur/sous-vireur du véhicule considéré, la détection de la situation critique peut se restreindre à la détection d'une seule composante de  $\Gamma_i$ . En effet, pour une voiture sous-(resp. sur)-vireuse, le train avant (resp. arrière) arrive en premier dans la zone critique. Ainsi, seule la composante qui décroche le plus facilement peut être étudiée. Cependant, la synthèse d'un détecteur global,*

détectant les deux cas permet de s'affranchir du type de véhicule en étant plus général.

Il est à noter que le modèle présenté dans (V.36c) dépend de la vitesse. Ce système est alors discrétisé via la méthode rectangulaire (voir section II.3.3), et réécrit sous la forme d'un système linéaire à paramètres variants :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \beta(k+1) \\ \dot{\psi}(k+1) \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z} & 1 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_r + c_f}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z} \end{bmatrix} \\ &\quad \left. + \frac{1}{v(k)^2} \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{c_r l_r - c_f l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta(k) \\ \dot{\psi}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \left( \begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix} + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_L(k) + \begin{bmatrix} \frac{T_d}{mv(k)} & \frac{T_d}{mv(k)} \\ T_d \frac{l_f}{I_z} & -T_d \frac{l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_f \\ \Gamma_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (V.37)$$

où  $\rho_1(k) \triangleq \frac{1}{v(k)}$ ,  $\rho_2(k) \triangleq \frac{1}{v(k)^2}$  sont les paramètres variants et  $T_d$  est la période d'échantillonnage choisie.

#### V.4.4 Détection de défauts

La méthodologie de détection de défauts utilisée est celle présentée dans la section IV.4. En effet, cette méthodologie permet de s'adapter à la cible d'implémentation en choisissant la complexité.

Le système est décomposé en sous systèmes LTI en fonction de la vitesse du véhicule. Dans notre cas, nous avons choisi de synthétiser un résidu tous les  $v_{0i} = v_{0i-1} + 10km.h^{-1}$ , avec une variation de  $\delta_v = 5km.h^{-1}$ , présenté dans la table V.3 et illustré sur la figure V.22.

$\Sigma_{LTI}$	$v_0$	$\Sigma_{LTI}$	$v_0$
$\Sigma_{LTI1}$	$10km.h^{-1}$	$\Sigma_{LTI6}$	$60km.h^{-1}$
$\Sigma_{LTI2}$	$20km.h^{-1}$	$\Sigma_{LTI7}$	$70km.h^{-1}$
$\Sigma_{LTI3}$	$30km.h^{-1}$	$\Sigma_{LTI8}$	$80km.h^{-1}$
$\Sigma_{LTI4}$	$40km.h^{-1}$	$\Sigma_{LTI9}$	$90km.h^{-1}$
$\Sigma_{LTI5}$	$50km.h^{-1}$		

TABLE V.3 – Sous-systèmes en fonction de la vitesse

##### V.4.4.a Modélisation des sous-systèmes LTI

Chaque sous-système LTI incertain est évalué à partir du système (V.37).

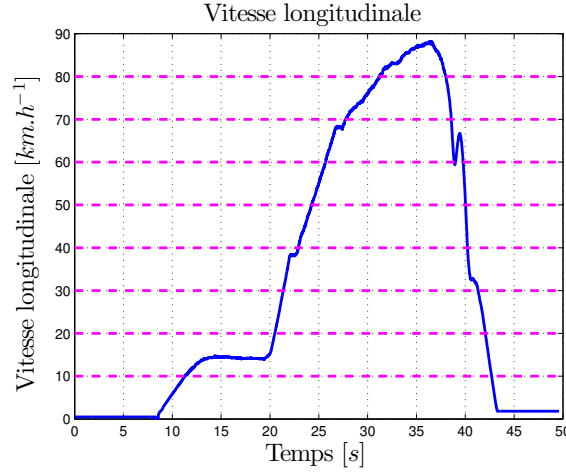


FIGURE V.22 – Illustration de la décomposition du système en fonction de la vitesse

Les paramètres variants  $\rho_1(k)$  et  $\rho_2(k)$  s'expriment à partir des vitesses nominales  $v_{0i}$  par la relation :

$$\rho_1(k) = \frac{1}{v_x(k)} = \frac{1}{v_{0i} + \delta_v \delta} \quad (\text{V.38})$$

En réalisant un développement limité au premier ordre, le paramètre variant  $\rho_1(k)$  est donné par :

$$\rho_1(k) \simeq \frac{1}{v_{0i}} - \frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \delta(k) \quad (\text{V.39})$$

et  $\rho_2(k)$  est donné par :

$$\rho_2(k) \simeq \frac{1}{v_{0i}^2} - \frac{2\delta_v}{v_{0i}^3} \delta(k) \quad (\text{V.40})$$

(voir section A.2 pour la démonstration).

Chaque sous système s'écrit sous la forme LTI incertaine IV.1 avec :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 - T_d \frac{c_r + c_f}{m v_{0i}} & T_d \left( \frac{c_r l_r - c_f l_f}{m} - 1 \right) \\ T_d \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z} & 1 - T_d \frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z v_{0i}} \end{bmatrix} \quad (\text{V.41a})$$

$$A_1 = -\frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_r + c_f}{m} & 2T_d \frac{c_r l_r - c_f l_f}{m} \\ 0 & -T_d \frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z} \end{bmatrix} \quad (\text{V.41b})$$

$$B = \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m v_{0i}} \\ T_d \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix} \quad (\text{V.41c})$$

$$B_d = -\frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.41d})$$

$$B_f = \begin{bmatrix} \frac{T_d}{m v_{0i}} & \frac{T_d}{m v_{0i}} \\ T_d \frac{l_f}{I_z} & -T_d \frac{l_r}{I_z} \end{bmatrix} \quad (\text{V.41e})$$

$$C_0 = [0 \quad 1] \quad (\text{V.41f})$$

Afin de simplifier la formulation, la matrice de distribution des défauts est définie constante et est évaluée pour chaque  $v_{0i}$ .

On obtient les valeurs numériques suivantes :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1.78}{v_{0i}} & \frac{0.31}{v_{0i}^2} - 0.02 \\ 0.25 & 1 - \frac{2.28}{v_{0i}} \end{bmatrix} \quad (\text{V.42a})$$

$$A_1 = -\frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \begin{bmatrix} -1.78 & 0.62 \\ 0 & -2.28 \end{bmatrix} \quad (\text{V.42b})$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{0.85}{v_{0i}} \\ 0.77 \end{bmatrix} \quad (\text{V.42c})$$

$$B_d = -\frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.42d})$$

$$B_f = \begin{bmatrix} \frac{0.000014}{v_{0i}} & \frac{0.000014}{v_{0i}} \\ 0.000015 & -0.000013 \end{bmatrix} \quad (\text{V.42e})$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.42f})$$

#### V.4.4.b Synthèse des sous-résidus

En appliquant le principe de l'espace de parité, on obtient la relation présentée en (IV.7) :

$$\begin{aligned} Y_s(k) - H_{us}U_s(k) &= H_{os}x(k) + \sum_i \left( \zeta(i)\tilde{H}_{os,i} \right) x(k) \\ &+ \sum_i \left( \zeta(i)\tilde{H}_{us,i} \right) U_s(k) + H_{ds}U_{ds}(k) \\ &+ \sum_i \left( \zeta(i)\tilde{H}_{ds,i} \right) U_s(k) + \underbrace{\left[ H_{fs,nom} \quad \zeta(i)H_{fs,i} \right]}_{H_{fs}} F_s(k) \end{aligned} \quad (\text{V.43})$$

où le vecteur  $\zeta$  est donné par

$$\zeta = [\delta \quad \delta^2 \quad \delta^3] \quad (\text{V.44a})$$

et les matrices  $\tilde{H}_{os}$ ,  $\tilde{H}_{us}$ ,  $H_{ds}$  et  $\tilde{H}_{ds}$  sont données par :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_0 A_0 \\ C_0 A_0^2 \\ C_0 A_0^3 \end{bmatrix} \quad (\text{V.44b})$$

$$\tilde{H}_{os,1} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_0 A_1 \\ C_0 (A_0 A_1 + A_1 A_0) \\ C_0 (A_0 A_1 A_0 + A_1 A_0^2 + A_0^2 A_1) \end{bmatrix} \quad (\text{V.44c})$$

$$\tilde{H}_{os,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_0 A_1^2 \\ C_0 (A_1^2 A_0 + A_0 A_1^2 + A_1 A_0 A_1) \end{bmatrix} \quad (\text{V.44d})$$

$$\tilde{H}_{os,3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_0 A_1^3 \end{bmatrix} \quad (\text{V.44e})$$

$$H_{us} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 B & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_0 B & C_0 B & 0 & 0 \\ C_0 A_0^2 B & C_0 A_0 B & C_0 B & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.44f})$$

$$\tilde{H}_{us,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1 B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 (A_0 A_1 + A_1 A_0) B & C_0 A_1 B & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.44g})$$

$$\tilde{H}_{us,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1^2 B & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.44h})$$

$$H_{ds} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 B_d & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_0 B_d & C_0 B_d & 0 & 0 \\ C_0 A_0^2 B_d & C_0 A_0 B_d & C_0 B_d & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44i)$$

$$\tilde{H}_{ds,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1 B_d & 0 & 0 & 0 \\ C_0 (A_0 A_1 + A_1 A_0) B_d & C_0 A_1 B_d & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44j)$$

$$\tilde{H}_{ds,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1^2 B_d & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44k)$$

$$H_{fs,nom} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 B_f & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_0 B_d & C_0 B_d & 0 & 0 \\ C_0 A_0^2 B_f & C_0 A_0 B_f & C_0 B_f & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44l)$$

$$\tilde{H}_{fs,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1 B_f & 0 & 0 & 0 \\ C_0 (A_0 A_1 + A_1 A_0) B_f & C_0 A_1 B_f & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44m)$$

$$\tilde{H}_{fs,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 A_1^2 B_f & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V.44n)$$

La méthodologie en IV.2.6 est appliquée afin de synthétiser les différents résidus.

1. L'horizon  $s = 3$  est choisi afin de garantir la condition d'orthogonalité au système nominal et une robustesse aux incertitudes aux paramètres inconnus.
2. La matrice  $H_{os}$  est construite à partir des matrices  $C_0$  et  $A_0$  :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_0 A_0 \\ C_0 A_0^2 \\ C_0 A_0^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.25 & 1 - \frac{2.28}{v_{0i}} \\ 0.49 - \frac{1}{v_{0i}} & 1 - \frac{4.56}{v_{0i}} + \frac{5.28}{v_{0i}^2} \\ 0.74 - \frac{3}{v_{0i}} + \frac{3.07}{v_{0i}^2} & 1 - \frac{6.81}{v_{0i}} + \frac{15.85}{v_{0i}^2} - \frac{12.37}{v_{0i}^3} \end{bmatrix} \quad (V.45a)$$

On en extrait les matrices  $H_{os1}$  et  $H_{os2}$  :

$$H_{os1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.25 & 1 - \frac{2.28}{v_{0i}} \end{bmatrix} \quad (V.45b)$$

$$H_{os2} = \begin{bmatrix} 0.49 - \frac{1}{v_{0i}} & 1 - \frac{4.56}{v_{0i}} + \frac{5.28}{v_{0i}^2} \\ 0.74 - \frac{3}{v_{0i}} + \frac{3.07}{v_{0i}^2} & 1 - \frac{6.81}{v_{0i}} + \frac{15.85}{v_{0i}^2} - \frac{12.37}{v_{0i}^3} \end{bmatrix} \quad (V.45c)$$

La matrice  $P$  est alors calculée :

$$P = \begin{bmatrix} -H_{os2}H_{os1}^{-1} & \mathbb{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 - \frac{4.06}{v_{0i}} + \frac{4}{v_{0i}^2} & -2 + \frac{4.06}{v_{0i}} & 1 & 0 \\ 2 - \frac{12.21}{v_{0i}} + \frac{24.48}{v_{0i}^2} - \frac{16.20}{v_{0i}^3} & -3 + \frac{12.19}{v_{0i}} - \frac{12.52}{v_{0i}^2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.45d})$$

3. La matrice  $G$  est construite avec :

$$G = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{os,1} & \tilde{H}_{os,2} & \tilde{H}_{os,3} & \tilde{H}_{us,1} & \tilde{H}_{us,2} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds,1} & \tilde{H}_{ds,2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.46a})$$

et  $H_{fs}$  par :

$$H_{fs} = \begin{bmatrix} H_{fs,nom} & H_{fs,1} & H_{fs,2} \end{bmatrix} \quad (\text{V.46b})$$

De même, les matrices  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont données par :

$$\Gamma_1 = PGG^T P^T \quad (\text{V.46c})$$

$$\Gamma_2 = PH_{fs}H_{fs}^T P^T \quad (\text{V.46d})$$

La matrice  $W_2$  est alors synthétisée en calculant le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre généralisée de la paire  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$  :

$$W_2 = \vartheta_{\lambda_q}(\Gamma_1, \Gamma_2) \quad (\text{V.47a})$$

On obtient :

$$W_{2,10} = \begin{bmatrix} -1 & 2.1742 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47b})$$

$$W_{2,20} = \begin{bmatrix} -1 & 0.6087 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47c})$$

$$W_{2,30} = \begin{bmatrix} -1 & 0.4624 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47d})$$

$$W_{2,40} = \begin{bmatrix} -1 & 0.4208 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47e})$$

$$W_{2,50} = \begin{bmatrix} -1 & 0.4008 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47f})$$

$$W_{2,60} = \begin{bmatrix} -1 & 0.3887 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47g})$$

$$W_{2,70} = \begin{bmatrix} -1 & 0.3806 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47h})$$

$$W_{2,80} = \begin{bmatrix} -1 & 0.3746 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47i})$$

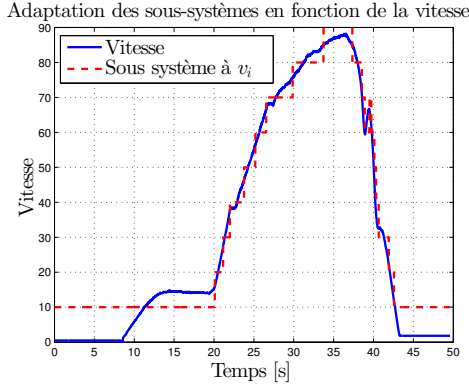
$$W_{2,90} = \begin{bmatrix} -1 & 0.3701 \end{bmatrix} \quad (\text{V.47j})$$

4. A ce stade, 9 matrices  $W_{2,i}$  ont été synthétisées, correspondant à chaque vitesse de fonctionnement présentée dans la table V.3.

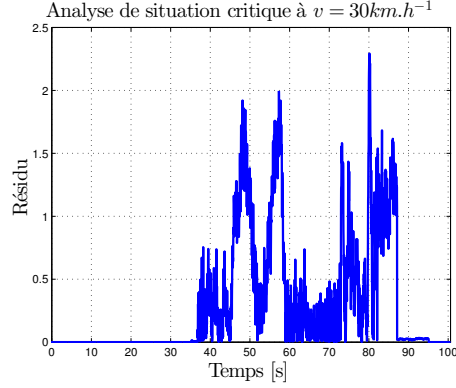
Le résidu final est composé de la combinaison commutée de chaque sous-résidus défini par :

$$r_i(k) = W_2(v_{0i})P(v_{0i})(Y_s(k) - H_{us}(v_{0i})U_s(k)) \quad (\text{V.48})$$

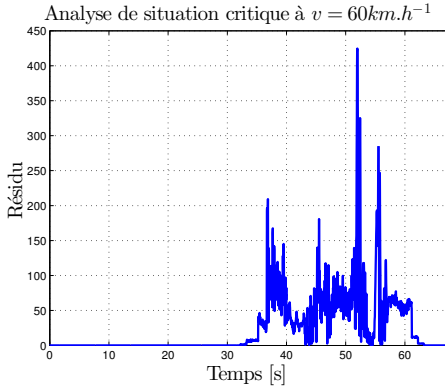




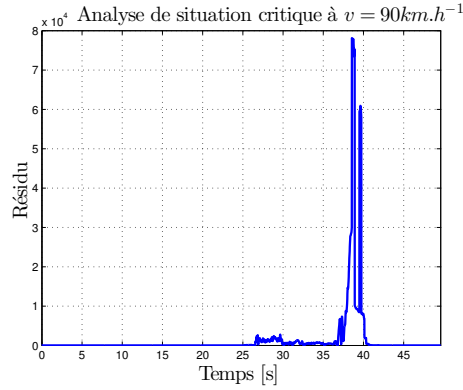
(a) Adaptation du résidu



(b) Résidu pour  $v = 30 km.h^{-1}$



(c) Résidu pour  $v = 60 km.h^{-1}$



(d) Résidu pour  $v = 90 km.h^{-1}$

FIGURE V.23 – Analyse des résidus pour les différents essais

#### V.4.5 Validation expérimentale

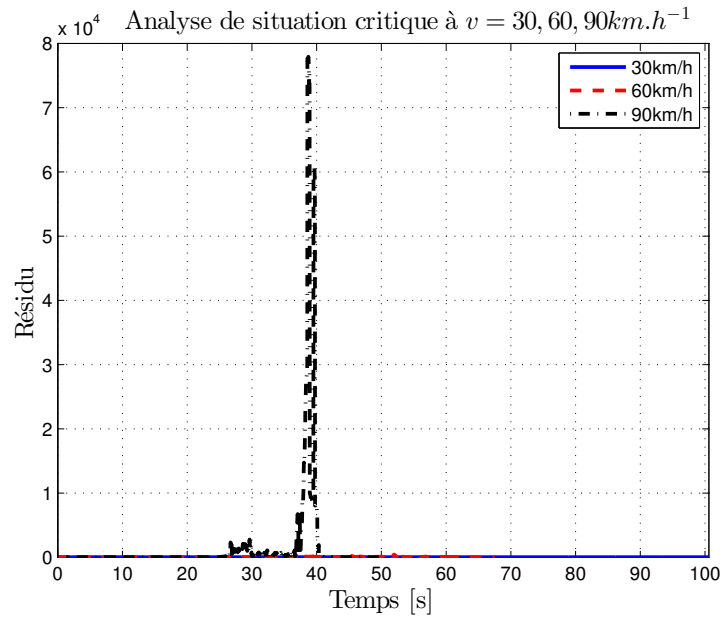
Le résidu final  $r(k)$  implémenté est la combinaison commutée de chaque sous résidu  $r_i(k)$ .

Ce résidu a été appliqué sur les 3 scénarios correspondant aux test de l'Elan pour les 3 vitesses :  $v = 30, 60$  et  $90 km.h^{-1}$ .

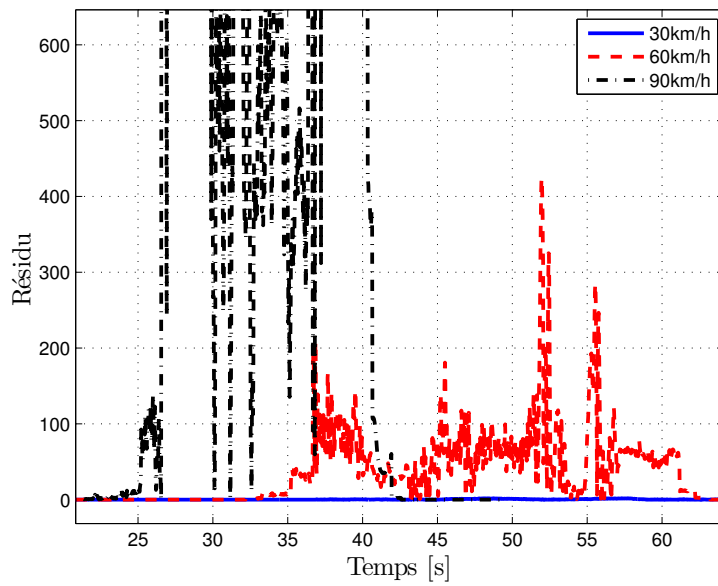
On observe que lorsque le véhicule est en situation normale ( $30$  et  $60 km.h^{-1}$ ), le résidu reste faible (figure V.24). Cependant, dès que la situation devient critique (à  $90 km.h^{-1}$ ), le résidu devient très grand et notamment lors de la perte de stabilité du véhicule. On observe ainsi à  $t = 37s$  que le résidu dévie beaucoup signifiant la sortie de route du véhicule.

#### V.4.6 Conclusion

Dans cette approche, une méthode de détection de défaut a été mise en œuvre afin de détecter une situation critique sur la dynamique latérale d'un véhicule automobile. Au travers de la modélisation d'un pneumatique en différentes zones : zone



(a) Comparaison des résidus



(b) Comparaison des résidus : zoom

FIGURE V.24 – Comparaison des résidus

normale, zone critique et zone de glissement, il est possible d'étendre les méthodologies de détection de défaut à la détection de situations critiques.

L'approche de détection de défaut a ainsi été appliquée sur des données réelles

acquises sur le véhicule d'essais du laboratoire MIPS, partenaire dans le cadre du projet **INOVE**. Lors d'une validation expérimentale du test de l'Elan à  $v = 90 km.h^{-1}$ , le véhicule a perdu sa stabilité et est parti en tête à queue. L'approche proposée a permis de synthétiser un résidu, lequel appliqué aux signaux expérimentaux diverge en cas de perte d'adhérence, et permet d'anticiper la sortie de route.

## V.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, différentes approches de contrôle et de détection de défauts ont été mises en œuvre concernant la dynamique latérale du véhicule.

Ces méthodes ont toutes été validées expérimentalement à partir de données issues d'un véhicule d'essai du laboratoire MIPS. Ces approches génériques peuvent donc être implémentées sur d'autres véhicules afin de garantir une meilleure sécurité.

# Détection de défauts et commande tolérante pour la dynamique verticale de l'automobile

---

## Sommaire

---

<b>VI.1 Introduction</b>	<b>139</b>
<b>VI.2 Détection de défauts sur les suspensions - cas général</b>	<b>140</b>
VI.2.1 Introduction	140
VI.2.2 Suspensions passives	141
VI.2.3 Suspension actives	142
VI.2.4 Suspensions semi-actives	142
VI.2.5 Conclusion et méthodes	144
<b>VI.3 Détection et compensation additive de défaut pour suspen- sions semi-actives</b>	<b>145</b>
VI.3.1 Structure de détection et de commande tolérante	145
VI.3.2 Détection de défaut	146
VI.3.3 Robustesse du résidu	148
VI.3.4 Estimation du défaut	149
VI.3.5 Résultats applicatifs	149
VI.3.6 Conclusion	152
<b>VI.4 Détection et compensation globale de défauts pour suspen- sions semi-actives</b>	<b>153</b>
VI.4.1 Introduction	153
VI.4.2 Modélisation du véhicule et principe de l'approche	153
VI.4.3 Compensation du défaut	154
VI.4.4 Localisation du défaut	155
VI.4.5 Détection de défaut	157
VI.4.6 Résultats applicatifs	158
VI.4.7 Conclusion	159
<b>VI.5 Conclusion du chapitre</b>	<b>160</b>

---

## VI.1 Introduction

Dans cette section, les méthodologies de détection de défauts précédemment proposées sont appliquées sur la dynamique verticale du véhicule. L'objectif est de

pouvoir détecter des défauts sur la suspension d'un véhicule. Différents types de défauts sont considérés :

- défauts capteurs
- défauts actionneur, dans le cas de suspensions actives ou semi-actives.

Plusieurs publications sont associées à ces travaux :

- C3** Sébastien Varrier, Németh Balázs, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Peter Gáspár. *Robust suspension fault detection*. Proceedings of the 20th VSDIA, 2012. Hungary, Budapest. [Varrier 2012a]
- C5** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Olivier Sename. *Fault tolerant control of a semi-active suspension system based on robust fault detection*. 10th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, 2013. [Martínez 2013b]
- C6** Sébastien Varrier, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Diana Hernandez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menéndez. *Fault detection in automotive semi-active suspension : Experimental results*. Proceedings of the SAE 2013 World Congress, 2013. USA, Michigan, Detroit. [Varrier 2013a]
- C7** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Ruben Morales-Menendez, Ricardo A. Ramírez-Mendoza. *Suspension control strategy for a fully electrified vehicle*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Martínez 2013d]
- C8** Sébastien Varrier, Carlos Vivas-Lopez, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina, Ruben Morales-Menendez. *Applicative fault tolerant control for semi-active suspension system : Preliminary results*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. [Varrier 2013e]
- C11** Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Olivier Sename, Ruben Morales-Menendez, John-Jairo Martinez, Luc Dugard *Fault Tolerant Strategy for Semi-active Suspensions with LPV Accommodation*, **2nd International Conference on Control and Fault Tolerant Systems**, 2013. [Martínez 2013c]

## VI.2 Détection de défauts sur les suspensions - cas général

### VI.2.1 Introduction

Dans l'industrie automobile, on retrouve 3 types de suspensions à savoir :

- les suspensions passives
- les suspensions actives

- les suspensions semi-actives.

L'objectif de cette section est de proposer des solutions de détection de défaut adaptée à chaque type de suspension à partir des éléments de théorie présentée dans le chapitre IV.

### VI.2.2 Suspensions passives

Les suspensions passives sont les types les plus répandus sur les véhicules automobiles. En effet, leur mise en œuvre est plus simple. Le modèle des suspensions passives présenté dans la section III.2 est rappelé :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & -\frac{c}{m_{us}} & -\frac{k_s}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r \quad (\text{VI.1})$$

où  $z_r$  représente la position verticale de la route,  $k_s$  la constante de raideur du ressort de suspension et  $c$  le coefficient d'amortissement du bloc amortisseur.

Ce type de suspension est bien entendu non contrôlable. De plus, dans la majorité des applications, ces suspensions ne possèdent aucun capteur. Ainsi, aucun diagnostic ne peut être réalisé sur ce type de suspension. La détection de défaillance ne peut se faire que par le ressenti d'un expert ou du conducteur avisé.

Dans l'industrie automobile, dans le cadre d'amortisseurs commandables, il existe plusieurs type de capteurs afin d'assurer le contrôle des suspensions :

- capteur de débattement de la suspension  $z_{def} \triangleq z_s - z_{us}$
- capteur d'accélération du châssis  $\ddot{z}_s$
- capteur d'accélération de la roue  $\ddot{z}_{us}$

Ainsi, en ajoutant simplement un capteur de débattement de la suspension, le modèle complet sous forme de représentation d'état du quart de véhicule s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & -\frac{c}{m_{us}} & -\frac{k_s}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r \quad (\text{VI.2a})$$

$$z_{def} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -1] \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.2b})$$

Ce système est alors observable et il est possible de détecter un défaut.

En effet, un défaut sur l'amortisseur peut se modéliser sous la forme :

$$F_c = -c(\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + F_0 \quad (\text{VI.3})$$

où  $F_0$  représente une force additive sur l'amortisseur.

Un tel défaut se répercute sur la représentation d'état (VI.2) par :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & -\frac{c}{m_{us}} & -\frac{k_s}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \quad (\text{VI.4a})$$

$$z_{def} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.4b})$$

Ainsi, une approche classique LTI de détection de défaut peut être appliquée, comme celle présente dans la section II.6.

### VI.2.3 Suspension actives

D'un point de vue général, les suspensions actives sont modélisées comme un système LPV :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = A(\rho) \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} + B_r z_r + B_u(\rho) u + B_F F_0 \quad (\text{VI.5})$$

$$y = C(\rho) \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} + D_r z_r + D_u(\rho) u + D_F F_0 \quad (\text{VI.6})$$

où  $u$  représente la variable de contrôle, et  $F_0$  un défaut.

Pour ce type de suspension, les approches LPV présentées dans le chapitre IV sont adaptées pour détecter le défaut.

### VI.2.4 Suspensions semi-actives

Un quart de véhicule équipé d'amortisseurs semi-actifs a été modélisé dans la section III.2.3 par :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c \rho_1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{f_c \rho_1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r \quad (\text{VI.7})$$

où  $I$  représente le courant électrique dans l'amortisseur.

Ces systèmes sont LPV car dépendant des paramètres variants  $\rho_1$  au travers de la matrice de distribution du courant  $I$ .

Ces amortisseurs sont généralement équipés de deux accéléromètres mesurant l'accélération verticale du châssis  $\ddot{z}_s$  et  $\ddot{z}_{us}$ , ainsi que du capteur de déflexion de la suspension  $z_{def} = z_s - z_{us}$ .

Après plusieurs études menées sur ce type d'amortisseur, le défaut le plus fréquent est un manque d'huile dans l'amortisseur. Ce défaut se traduit par une force semi-active affectée par un coefficient  $\alpha$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \overline{F}_c(I) = \alpha F_c(I) = \alpha \Big[ & I f_c \tanh(a_1 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + a_2 (z_s - z_{us})) \\ & + b_1 (\dot{z}_s - \dot{z}_{us}) + b_2 (z_s - z_{us}) \Big] \end{aligned} \quad (VI.8)$$

où  $F_c(I)$  représente la force nominale définie en (III.5) et  $\alpha$  le manque d'huile.

Ce défaut de manque d'huile peut se réécrire sous forme additive :

$$\overline{F}_c(I) = F_c(I) + F_0 \quad (VI.9)$$

où  $F_0$  est le défaut sous forme additive.

Le manque d'huile peut alors s'estimer par la relation :

$$\alpha \triangleq \frac{F_c - \hat{F}_0}{F_c} \quad (VI.10)$$

où  $\hat{F}_0$  représente l'estimée de  $F_0$ .

Équipé de capteurs, le modèle de la dynamique verticale d'une suspension semi-active s'écrit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{f_c \rho_1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{f_c \rho_1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \end{aligned} \quad (VI.11a)$$

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ z_{def} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{f_c \rho_1}{m_s} \\ \frac{f_c \rho_1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \end{aligned} \quad (VI.11b)$$



Ce système complet est bien entendu un système LPV. Ainsi, les méthodologies présentées dans le chapitre IV sont adaptées.

Cependant, on constate que le paramètre variant  $\rho_1$  n'apparaît que dans les matrices de distribution du courant électrique  $I$ , sous forme multiplicative. Le système (VI.11) peut alors se réécrire sous la forme d'un système LTI :

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c}{m_s} \\ 0 \\ \frac{f_c}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I_h + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \quad (\text{VI.12a})$$

$$y = \begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ z_{def} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c}{m_s} \\ \frac{f_c}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I_h + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \quad (\text{VI.12b})$$

où  $I_h$  est défini par :

$$I_h \triangleq \rho_1 I \quad (\text{VI.12c})$$

lequel est communément appelé courant hyperbolique (en référence au paramètre variant  $\rho_1$  défini par une tangente hyperbolique).

Ce système (VI.12) est sous la forme d'un système LTI, et des méthodologies plus simples comme celle de l'espace de parité présentée en II.6 s'adaptent à ce type de problématique.

## VI.2.5 Conclusion et méthodes

L'approche de détection de défaut d'une suspension automobile est très importante car elle permet de prévenir la détérioration d'un composant primordial d'un véhicule.

Les amortisseurs pilotables (actifs ou semi-actifs) sont déjà équipés de capteurs permettant la détection d'un défaut. On regrette cependant l'intégration d'un ou plusieurs capteurs sur les suspensions traditionnelles passives. En effet, l'évaluation de la perte de performances d'une suspension passive est très complexe à juger. Il a été montré qu'en ajoutant un capteur, par exemple de déflexion de la suspension (peu coûteux), il était possible de détecter un défaut sur ce type de suspension.

La table VI.1 rappelle les différentes approches à utiliser selon le type de suspension, et les chapitres associés.

Type de suspension	Méthodologies	Chapitres associés
Passive	Approche LTI garantissant la robustesse vis-à-vis du profil de route	II.6, II.6.3, IV.2
Active	Approches LPV garantissant la robustesse vis-à-vis du profil de route	IV, IV.5, IV.3, IV.4
Semi-active	Approche LTI en considérant l'entrée $I_h = \rho_1 I$ et en garantissant la robustesse vis-à-vis du profil de route	II.6, II.6.3

TABLE VI.1 – Méthodes pour la détection de défaut en fonction du type de suspension

## VI.3 Détection et compensation additive de défaut pour suspensions semi-actives

Dans cette section, une méthodologie de détection de défaut et de contrôle tolérant au défaut pour un système de suspension semi-active est présenté. On s'intéresse à la synthèse de la détection de défaut, toutefois on présentera brièvement la structure de compensation du défaut. Le lecteur peut se référer à la publication relative [Martínez 2013b] pour de plus amples détails. Les résultats ont été appliqués sur des données du simulateur *Carsim*, lequel fournit des données fiables.

### VI.3.1 Structure de détection et de commande tolérante

Le système présenté est un quart de véhicule dont l'amortisseur présente un défaut. Le défaut considéré représente un manque d'huile dans l'amortisseur semi-actif modélisé comme dans (VI.8) :

$$\overline{F}_c(I) = \alpha F_c(I) \quad (\text{VI.13})$$

où  $F_c(I)$  représente l'effort nominal de l'amortisseur et  $\alpha$  la défaillance :

- En cas de non défaillance,  $\alpha = 1$
- $j\%$  d'efficacité :  $\alpha = \frac{j}{100}$ .

L'objectif de l'approche proposée est tout d'abord de détecter la défaillance, puis de la compenser.

Le système est également équipé d'un contrôleur LPV afin de garantir les performances du système.

La compensation du défaut intervient de manière additive sur le signal de contrôle  $I$  illustré sur la figure VI.1.

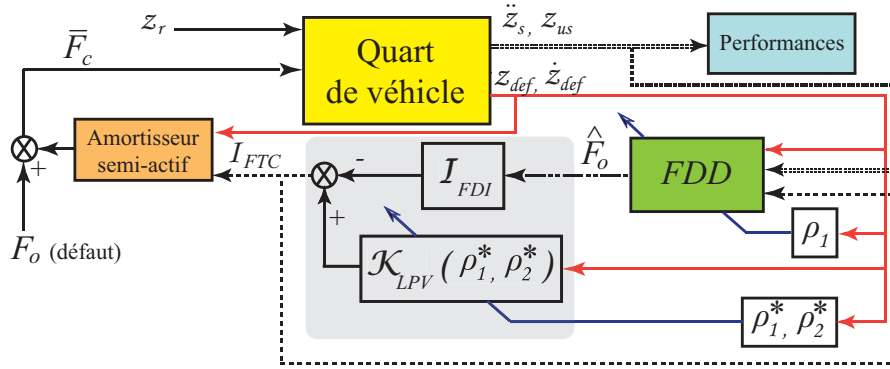


FIGURE VI.1 – Structure de la commande tolérante au défaut

### VI.3.2 Détection de défaut

Nous avons vu dans la section VI.2 que le défaut sous forme additive (VI.8) pouvait se mettre sous la forme :

$$\bar{F}_c(I) = F_c(I) + F_0 \quad (\text{VI.14})$$

où  $F_0$  représente le défaut à détecter.

Le système s'écrit alors sous la forme d'un système LTI (VI.12) avec en entrée le courant  $I_h$

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c}{m_s} \\ 0 \\ \frac{f_c}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I_h + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \quad (\text{VI.15a})$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_s \\ \ddot{z}_{us} \\ z_{def} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b_1}{m_s} & -\frac{k_s+b_2}{m_s} & \frac{b_1}{m_s} & \frac{k_s+b_2}{m_s} \\ \frac{b_1}{m_{us}} & \frac{k_s+b_2}{m_{us}} & -\frac{b_1}{m_{us}} & -\frac{k_s+b_2+k_t}{m_{us}} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{z}_{us} \\ z_{us} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{f_c}{m_s} \\ \frac{f_c}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} I_h + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} z_r + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \end{bmatrix} F_0 \quad (\text{VI.15b})$$

Ce système est alors discrétisé, et écrit sous la forme :

$$x(k+1) = Ax(k) + B_I I_h(k) + B_r z_r(k) + B_F F_0(k) \quad (\text{VI.16a})$$

$$y(k) = Cx(k) + D_I I_h(k) + D_r z_r(k) + D_F F_0(k) \quad (\text{VI.16b})$$

$$(\text{VI.16c})$$

La méthodologie de détection de défaut proposée pour ce système est basé sur l'espace de parité. Elle offre un faible coût de calcul, nécessaire pour l'implémentation (voir section II.6.3 et IV.2).

L'objectif est de synthétiser un résidu qui soit sensible au défaut  $F_0$ , et insensible au profil de route  $z_r$  et aux entrées exogènes non modélisées telle que les perturbations aérodynamiques, les transferts de charges etc...

En appliquant la méthodologie de l'espace de parité, les mesures  $y(k)$  sont étendues selon un horizon  $s$  :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{Y_s(k)} - G_I \underbrace{\begin{bmatrix} I_h(k-s) \\ I_h(k-(s-1)) \\ \vdots \\ I_h(k-1) \\ I_h(k) \end{bmatrix}}_{I_s(k)} = Hx(k-s) + G_F \underbrace{\begin{bmatrix} F_0(k-s) \\ F_0(k-(s-1)) \\ \vdots \\ F_0(k-1) \\ F_0(k) \end{bmatrix}}_{F_s(k)} + G_r \begin{bmatrix} z_r(k-s) \\ z_r(k-(s-1)) \\ \vdots \\ z_r(k-1) \\ z_r(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.17a})$$

avec

$$G_x = \begin{bmatrix} D_x & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ CB_x & D_x & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ CAB_x & CB_x & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^2B_x & CAB_x & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots_x & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{s-2}B_x & CA^{s-3}B_x & \cdots & CAB_x & CB_x & D_x \end{bmatrix} \quad (\text{VI.17b})$$

et

$$H = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.17c})$$

Un des objectifs est d'obtenir un résidu insensible au profil de route. Ainsi, la méthodologie classique de l'espace de parité (section II.6) est complétée selon la méthodologie avec entrées inconnues (section II.6.3).

La matrice de parité  $W$  est alors synthétisée en garantissant :

$$W \cdot [H \mid G_r] = 0 \quad (\text{VI.18})$$

Cette équation garantit ainsi le découplage parfait vis-à-vis des états  $x$  mais également du profil de route  $z_r$ .

Le résidu à implémenter, à partir des équations de parité s'exprime sous la forme :

$$r(k) \triangleq W(Y_s(k) - G_I I_s(k)) = W G_F F_s(k) \quad (\text{VI.19})$$

où  $r(t)$  est parfaitement sensible aux défauts  $F_s(k)$ .

### VI.3.3 Robustesse du résidu

Le résidu proposé en (VI.19) garantit le découplage parfait vis-à-vis de l'état  $x$  du système et le profil de route  $z_r$ . Cependant, le modèle considéré en (VI.16) est un modèle idéalisé, sans prendre en compte les aspects non-linéaires, les transferts de charge ni les perturbations extérieures. Le résidu alors synthétisé en (VI.19) reste sensible à ces perturbations sous la forme :

$$r(t) = W G_F F_s(k) + W G_\delta \delta(k) \quad (\text{VI.20})$$

où  $\delta(k)$  représente ces perturbations et  $G_\delta$  sa matrice de distribution.

Afin de contourner cette problématique, de la robustesse est introduite dans le résidu.

Le nouveau résidu  $\bar{r}(k)$  proposé est de la forme :

$$\bar{r}(k) = W_2 r(k) \quad (\text{VI.21})$$

L'optimisation de la nouvelle matrice  $W_2$  s'obtient en traduisant le fait de vouloir que le résidu  $\bar{r}(k)$  soit sensible au défaut  $F_0(k)$  et insensible aux perturbations  $\delta(k)$ . Ce problème s'écrit sous la forme d'un problème d'optimisation :

$$\mathcal{P} : \begin{cases} \max_{W_2} & \|W_2 W G_F\|^2 \\ \min_{W_2} & \|W_2 W G_\delta\|^2 \end{cases} \quad (\text{VI.22})$$

Ce problème d'optimisation min/max se réécrit sous la forme d'un simple problème d'optimisation

$$\mathcal{P} : \min_{W_2} \frac{W_2 \Gamma_1 W_2^T}{W_2 \Gamma_2 W_2^T} \quad (\text{VI.23})$$

avec  $\Gamma_1 = W G_\delta G_\delta^T W^T$  et  $\Gamma_2 = W G_F G_F^T W^T$ .

La solution de ce problème est donnée dans la section IV.2.4.b :

$$W_2 = \vartheta_-(\Gamma_1, \Gamma_2) \quad (\text{VI.24})$$

où  $\vartheta_-(\Gamma_1, \Gamma_2)$  représente le vecteur propre généralisé des matrices  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  associé à la plus petite valeur propre  $\lambda_-$ .

Ainsi, le résidu robuste vis-à-vis perturbations  $\delta$  a la structure suivante :

$$r(k) = \bar{W} G_F F_s(k) + \bar{W} G_\delta \delta(k) \quad (\text{VI.25a})$$

où

$$\bar{W} = W_2 W \quad (\text{VI.25b})$$

### VI.3.4 Estimation du défaut

En considérant que la procédure d'optimisation offre un bon découplage des incertitudes, le résidu (VI.25a) peut s'écrire :

$$r(k) \simeq \bar{W} G_F F_s(k) = \bar{W} \begin{bmatrix} G_F^l & | & G_F^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0(k-s) \\ F_0(k-(s-1)) \\ \vdots \\ F_0(k-1) \\ \hline F_0(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.26})$$

Ainsi, le défaut  $F_0$  peut être estimé par la relation (II.6.2) :

$$\hat{F}_0(k) = [\bar{W} G_F^r]^+ \left( r(k) - G_F^r \begin{bmatrix} \hat{F}_0(k-s) \\ \hat{F}_0(k-(s-1)) \\ \vdots \\ \hat{F}_0(k-1) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{VI.27})$$

où l'opérateur  $(\cdot)^+$  représente la pseudo inverse de Moore Penrose, sous l'hypothèse que le filtre  $H_f$  défini par :

$$H_f(z) = \frac{r(z)}{f(z)} = W G_F \quad (\text{VI.28})$$

possède des zéros stables (minimum de phase).

### VI.3.5 Résultats applicatifs

Le système de suspension considéré provient d'un modèle d'un pick-up commercial. Le modèle est généré dans le logiciel **Carsim**, qui est un fidèle simulateur automobile. Le schéma de l'interaction entre le simulateur et les algorithmes de détection et de contrôle est présenté sur la figure VI.2.

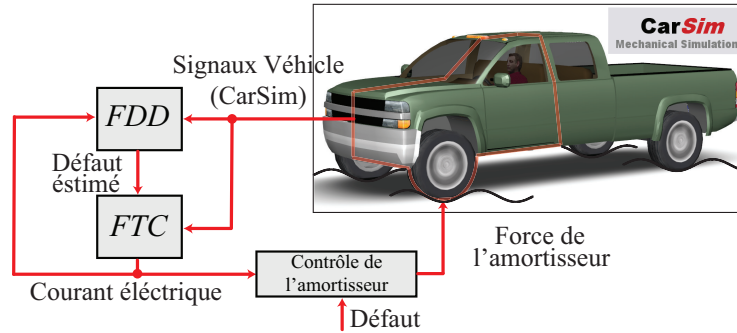


FIGURE VI.2 – Schéma de l'interaction entre le simulateur et les algorithmes

Les paramètres du système utilisé sont donnés dans la table VI.2.

Les paramètres de l'amortisseur considéré sont donnés dans la table VI.3.

Paramètre	Valeur	Unité
$m_s$	470	$kg$
$m_{us}$	110	$kg$
$k_s$	86378	$N.m^{-1}$
$k_t$	270000	$N.m^{-1}$

TABLE VI.2 – Paramètres du véhicule considéré

Paramètre	Valeur	Unité
$f_c$	600.95	$N.A^{-1}$
$a_1$	37.85	$N.s.m^{-1}$
$a_2$	22.15	$N.m^{-1}$
$b_1$	2830.86	$N.s.m^{-1}$
$b_2$	-7897.21	$N.m^{-1}$

TABLE VI.3 – Paramètres de l'amortisseur

### VI.3.5.a Validation de l'estimateur de défaut

Dans cette application, deux types de scénarios sont considérés afin d'évaluer les performances de l'estimateur de défaut :

Premièrement, un profil de route composé d'impulsions (bosses) de  $10cm$  est considéré durant lequel le véhicule roule à la vitesse constante  $v = 30km.h^{-1}$ . Ce profil représente un obstacle sur la route. Ensuite, un profil de route ISO-8608 correspondant à une route de bonne qualité (autoroute) est considéré.

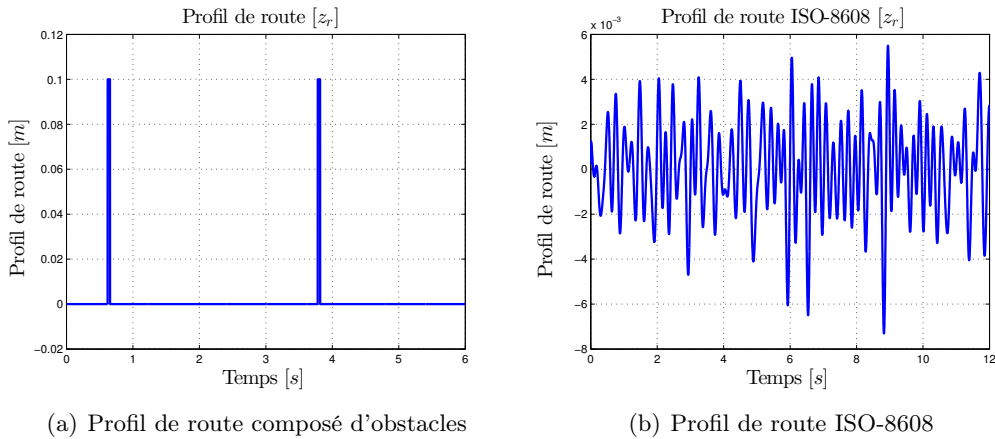


FIGURE VI.3 – Profils de route

Un défaut abrupt d'amplitude  $F_0 = -1000N$  sur la force de l'amortisseur est considéré dans le premier cas.

Dans le cas du profil de route ISO, un défaut linéaire est considéré. Les résultats applicatifs de l'estimation sont présentés sur la figure VI.4.

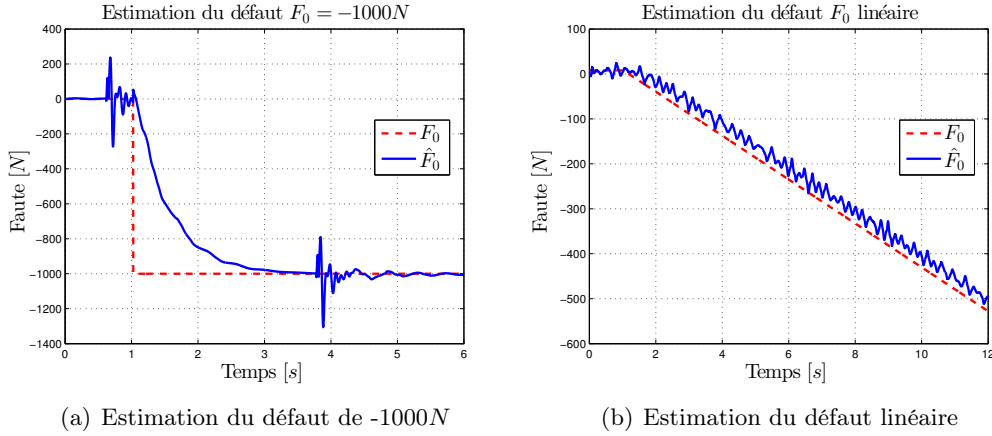


FIGURE VI.4 – Estimation du défaut

On constate que l'estimation du défaut est relativement performante. Le défaut abrupte est correctement estimé. On constate cependant que le découplage vis-à-vis du profil de route n'est pas parfait. En effet, on observe que l'estimation du défaut est perturbée dès l'occurrence des bosses sur la chaussée. Néanmoins, cette sollicitation verticale de  $10\text{cm}$  à la vitesse de  $v = 30\text{km.h}^{-1}$  reste relativement brutale, et ne représente pas une situation réelle.

Concernant le deuxième scénario, on observe également que l'estimation du défaut est légèrement perturbée par le profil de route. L'estimation est néanmoins correcte, malgré une légère erreur de traînée.

### VI.3.5.b Validation du contrôle tolérant

Le scénario global présenté en figure VI.1 a été également validé expérimentalement. Un contrôleur LPV  $\mathcal{H}_\infty$  a été synthétisé de manière à prendre en compte les paramètres variants du modèle. Les résultats sont présentés sur la figure VI.5.

Ces courbes présentent les résultats :

- sans contrôle ;
- avec le contrôle actif comprenant le contrôleur LPV  $\mathcal{H}_\infty$  et la compensation active.

On constate qu'en présence du défaut, l'amortisseur considéré présente des performances très dégradées. On constate ainsi que l'amortisseur en question sans contrôle reste environ comprimé de  $10\text{cm}$ . Cette situation est inconfortable pour les occupants du véhicule.

En revanche, l'amortisseur avec le système de compensation active permet d'atténuer le défaut en éliminant le biais sur la position. On constate également que les



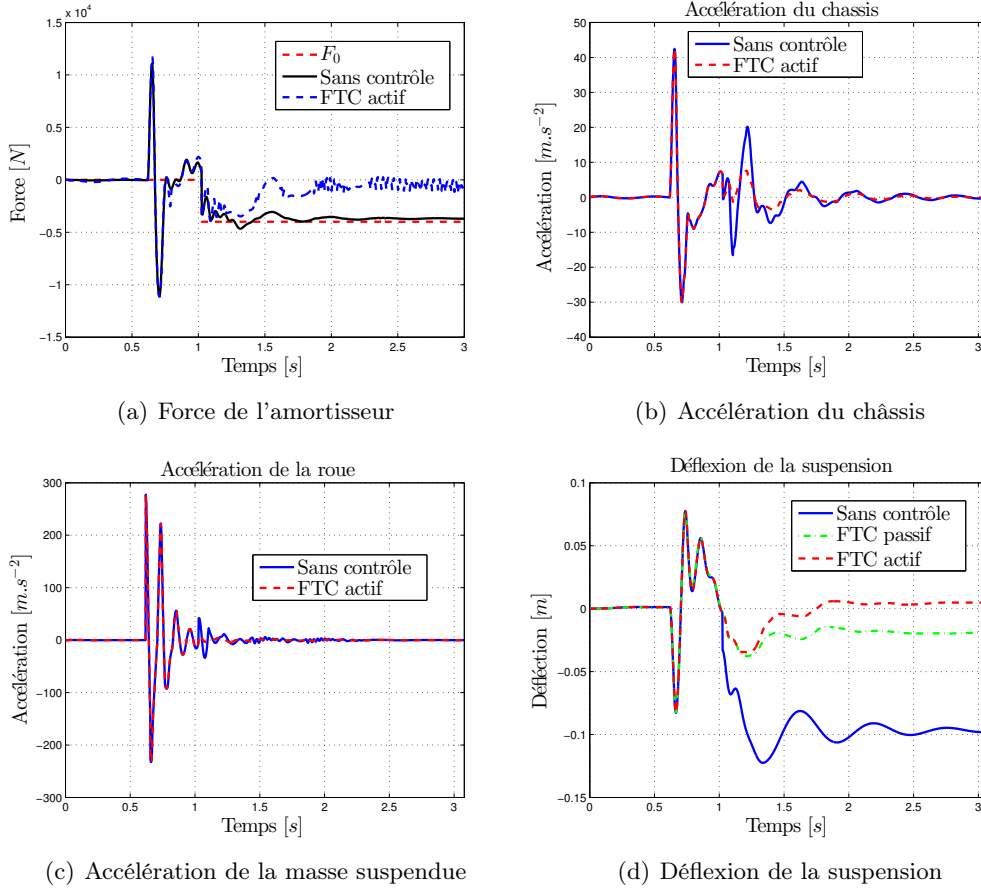


FIGURE VI.5 – Estimation du défaut et performances du contrôle

accélérations du châssis et de la roue restent plus faible, ce qui permet un meilleur confort du véhicule.

### VI.3.6 Conclusion

Dans cette application, une commande tolérante aux défauts active pour les amortisseurs semi-actifs a été présentée. Le véhicule possède un amortisseur qui présente un défaut. L'objectif de la commande est de pouvoir garantir les performances du système en présence du défaut. L'objectif a été atteint en présentant une structure de compensation du défaut. Le signal du contrôleur est complété d'un signal de compensation du défaut provenant de l'estimation du défaut. Les performances de la structure proposée permettent de compenser un défaut de  $F_0 = -4000N$  impliquant une compression de  $10cm$  de la suspension.

La limitation de cette approche est purement physique et concerne le cas où l'amortisseur n'est plus contrôlable.

## VI.4 Détection et compensation globale de défauts pour suspensions semi-actives

### VI.4.1 Introduction

Cette section propose une méthode de détection d'un défaut sur un amortisseur semi-actif d'un véhicule, et la compensation du défaut par le biais des autres amortisseurs présent sur le véhicule.

La structure de contrôle du système est présentée sur la figure VI.6.

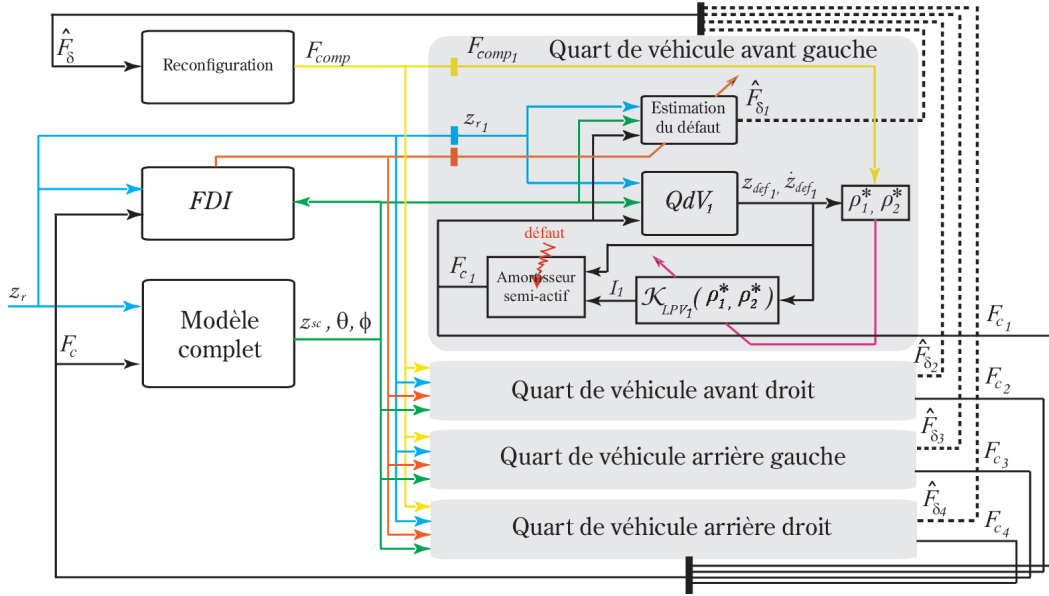


FIGURE VI.6 – Structure de la commande tolérante au défaut

### VI.4.2 Modélisation du véhicule et principe de l'approche

Le modèle du véhicule est défini par les équations (III.25) de la section III.5 par :

$$m_s \ddot{z}_s = -(F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4}) \quad (\text{VI.29a})$$

$$I_{xx} \ddot{\theta} = (F_{s1} - F_{s2}) t_f + (F_{s3} - F_{s4}) t_r \quad (\text{VI.29b})$$

$$I_{yy} \ddot{\phi} = (F_{s4} + F_{s3}) l_r - (F_{s2} + F_{s1}) l_f \quad (\text{VI.29c})$$

$$m_{us_i} \ddot{z}_{us_i} = F_{s_i} - F_{t_i} \quad (\text{VI.29d})$$

où les  $F_{s_i}$  représentent les efforts verticaux fournis par les suspensions.

Chaque suspension se modélise comme dans III.26 par :

$$F_{s_i} = -k_{si}(z_{si} - z_{us_i}) + F_{c_i} \quad (\text{VI.30})$$

où  $F_{p_i} \triangleq -k_{si}(z_{si} - z_{usi})$  représente l'effort du ressort de la suspension et  $F_{c_i}$  l'effort semi-actif de l'amortisseur.

Dans l'approche proposée, on considère que la suspension n° 1 possède un défaut sur l'amortisseur, modélisé par :

$$\bar{F}_{c_1} = F_{c_1} + F_\delta \quad (\text{VI.31})$$

ou le terme  $F_\delta$  représente le défaut.

Les autres amortisseurs quant à eux servent à compenser ce défaut, et sont de la forme :

$$\bar{F}_{c_i} = F_{c_i} + F_{comp_i} \quad i \neq 1 \quad (\text{VI.32})$$

où  $F_{c_i}$  représente l'effort nominal et où la force additive  $F_{comp_i}$  permet de compenser le défaut.

### VI.4.3 Compensation du défaut

L'objectif de l'approche proposée est de pouvoir compenser le défaut  $F_\delta$  par l'intermédiaire des efforts de compensation  $F_{comp,i}, i \neq 1$ .

La dynamique au centre de gravité du système (VI.29) s'écrit alors en combinant (VI.31) et (VI.32) sous la forme :

$$m_s \ddot{z}_s = -(F_{p_1} + F_{c_1} + F_\delta + F_{p_2} + F_{c_2} + F_{comp_2} + F_{p_3} + F_{c_3} + F_{comp_3} + F_{p_4} + F_{c_4} + F_{comp_4}) \quad (\text{VI.33a})$$

$$I_{xx} \ddot{\theta} = (F_{p_1} + F_{c_1} + F_\delta - F_{p_2} - F_{c_2} - F_{comp_2}) t_f + (F_{p_3} + F_{c_3} + F_{comp_3} - F_{p_4} - F_{c_4} - F_{comp_4}) t_r \quad (\text{VI.33b})$$

$$I_{yy} \ddot{\phi} = (F_{p_4} + F_{c_4} + F_{comp_4} + F_{p_3} + F_{c_3} + F_{comp_3}) l_r - (F_{p_2} + F_{c_2} + F_{comp_2} + F_{p_1} + F_{c_1} + F_\delta) l_f \quad (\text{VI.33c})$$

A partir du modèle en (VI.33), la compensation du défaut  $F_\delta$  par les efforts  $F_{comp_i}$  est effective si :

$$F_\delta + F_{comp_2} + F_{comp_3} + F_{comp_4} = 0 \quad (\text{VI.34a})$$

$$t_f F_\delta - t_f F_{comp_2} + t_r F_{comp_3} - t_r F_{comp_4} = 0 \quad (\text{VI.34b})$$

$$-l_f F_\delta - l_f F_{comp_2} + l_r F_{comp_3} + l_r F_{comp_4} = 0 \quad (\text{VI.34c})$$

qui peut se réécrire sous forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ t_f \\ -l_f \end{bmatrix}}_N F_{\delta_1} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -t_f & t_r & -t_r \\ -l_f & l_r & l_r \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} F_{comp_2} \\ F_{comp_3} \\ F_{comp_4} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{VI.35})$$

La matrice  $M$  est inversible car son déterminant est non nul :  $\det M = -2t_r(l_f + l_r)$ .

Ainsi, les efforts de compensation  $F_{comp,i}$  se déduisent à partir de  $F_{\delta}$  par la relation :

$$\begin{bmatrix} F_{c2} \\ F_{c3} \\ F_{c4} \end{bmatrix} = -M^{-1}N\hat{F}_{\delta} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{t_f}{t_r} \\ -\frac{t_f}{t_r} \end{bmatrix} F_{\delta_1} \quad (\text{VI.36})$$

A partir de la connaissance du défaut  $F_{\delta}$ , les efforts de compensation sont donc directement donnés.

#### VI.4.4 Localisation du défaut

Afin de pouvoir compenser le défaut, il faut connaître quel amortisseur présente un défaut. Chaque actionneur est considéré comme potentiellement fautif, c'est-à-dire que chacun peut présenter un défaut  $F_{\delta_i}$ .

Après discrétisation du système, la dynamique du véhicule s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_f x(k) + B_I I_h(k) + B_r z_r(k) \\ &\quad + B_{F1} F_{\delta_1} + B_{F2} F_{\delta_2} + B_{F3} F_{\delta_3} + B_{F4} F_{\delta_4} \end{aligned} \quad (\text{VI.37a})$$

$$\begin{aligned} y_f(k) &= C_f x(k) + D_I I_h(k) + D_r z_r(k) \\ &\quad + D_{F1} F_{\delta_1} + D_{F2} F_{\delta_2} + D_{F3} F_{\delta_3} + D_{F4} F_{\delta_4} \end{aligned} \quad (\text{VI.37b})$$

En appliquant la méthodologie de l'espace de parité sur le système complet (VI.37), on obtient la relation :

$$Y_s - G_I U_s = H x_{f,k} + G_r U_r + G_{F1} F_{F1} + G_{F2} F_{F2} + G_{F3} F_{F3} + G_{F4} F_{F4} \quad (\text{VI.38a})$$

où

$$Y_s = \begin{bmatrix} y_f(k-s) \\ y_f(k-(s-1)) \\ \vdots \\ y_f(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38b})$$

$$U_s = \begin{bmatrix} I_h(k-s) \\ \bar{I}(k-(s-1)) \\ \vdots \\ \bar{I}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38c})$$

$$U_r = \begin{bmatrix} z_r(k-s) \\ z_r(k-(s-1)) \\ \vdots \\ z_r(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38d})$$

$$H = \begin{bmatrix} C_f \\ C_f A_{fd} \\ \vdots \\ C_f A_{fd}^s \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38e})$$

$$F_{Fi} = \begin{bmatrix} F_{\delta_i}(k-s) \\ F_{\delta_i}(k-(s-1)) \\ \vdots \\ F_{\delta_i}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38f})$$

et

$$G_i = \begin{bmatrix} D_i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C_f B_i & D_i & \ddots & \ddots & 0 \\ C_f A_{fd} B_i & C_f B_i & D_i & \ddots & 0 \\ C_f A_{fd}^2 B_i & C_f A_{fd} B_i & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ C_f A_{fd}^{s-1} B_i & C_f A_{fd}^{s-2} B_i & \cdots & C_f B_i & D_i \end{bmatrix} \quad (\text{VI.38g})$$

Afin d'isoler le défaut, la structure par banc de résidus est utilisée, comme illustré sur la figure VI.7.

On construit alors 4 résidus sous la forme :

$$r_i(k) = W_i(Y_s(k) - G_i U_s(k)) \quad (\text{VI.39})$$

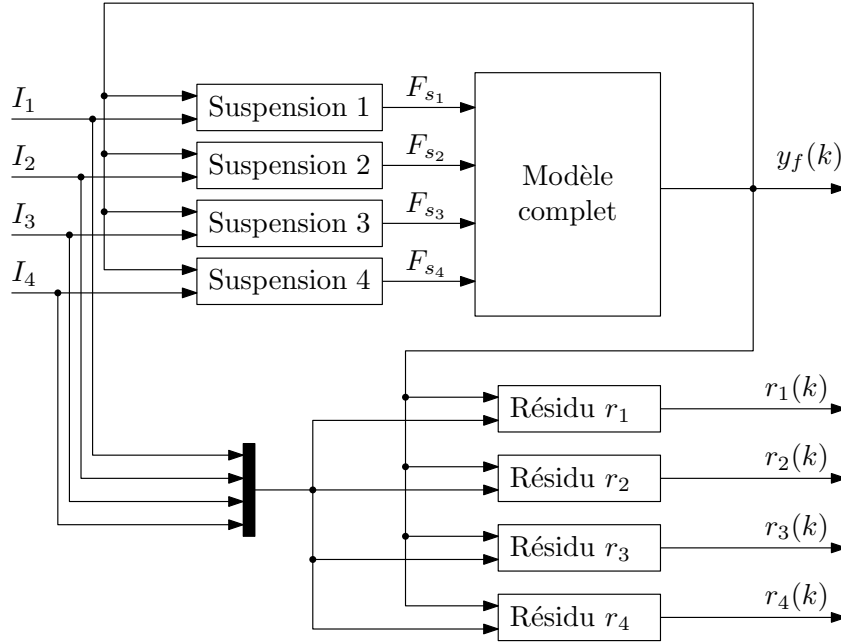


FIGURE VI.7 – Structure pour la localisation de défaut

construit à partir de la procédure d'optimisation suivante :

$$\text{trouver } W_i \text{ tel que : } \begin{cases} W_i G_r = 0 \\ \max_{W_i} W_i G_i \\ \min_{W_i} W_i G_{j, j \neq i} \\ \min_{W_i} W_i G_{k, k \neq i} \\ \min_{W_i} W_i G_{l, l \neq i} \end{cases} \quad (\text{VI.40})$$

Chaque  $W_i$  est synthétisé à partir de la méthodologie présentée en IV.2.4.b.

Ainsi, chaque résidu  $r_i(k)$  ne sera sensible qu'au défaut  $F_{\delta_i}$ , et insensible aux autres.

#### VI.4.5 Détection de défaut

Une fois que l'on sait quel amortisseur présente un défaut grâce au banc de résidus, il est possible d'estimer le défaut  $F_{\delta_i}$ .

Pour se faire, le même résidu (VI.25a) synthétisé dans la section précédente est utilisé.

$$r(k) = \bar{W} G_F (Y_s(k) - G_I U_s(k)) \quad (\text{VI.41})$$

De même, le filtre estimateur de défaut en (VI.27) est utilisé :

$$\hat{F}_0(k) = [\bar{W}G_F^l]^+ \left( r(k) - G_F^r \begin{bmatrix} \dot{\hat{F}}_0(k-s) \\ \vdots \\ \hat{F}_0(k) \end{bmatrix} \right) \quad (\text{VI.42})$$

#### VI.4.6 Résultats applicatifs

Le modèle du véhicule a été implémenté en simulations sur un modèle LPV.

Un défaut de  $\alpha = 0.5$  (équation (VI.8)) est implémenté sur l'amortisseur n°1 (avant gauche), signifiant un manque d'huile de 50 %, illustré sur la figure VI.8(a).

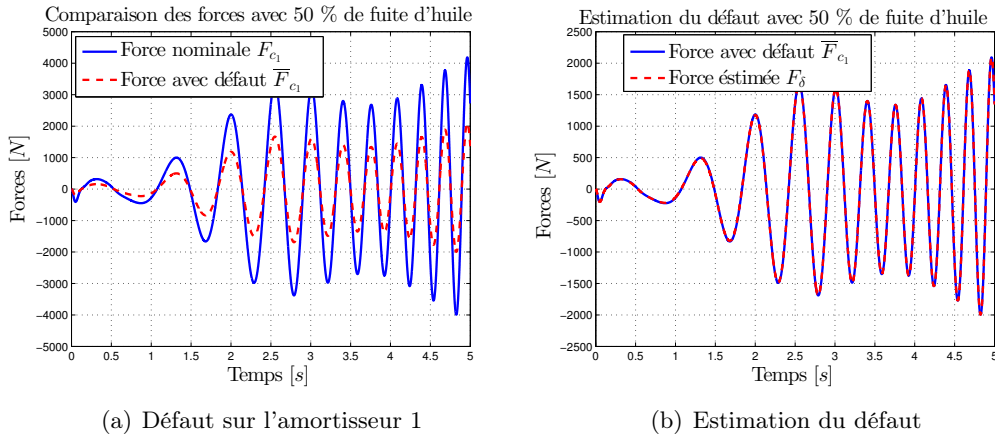


FIGURE VI.8 – Force avec défaut et estimation

L'estimateur de défaut (VI.42) ainsi que son résidu associé (VI.41) sont implémentés dans le simulateur. Les résultats de l'estimation du défaut sont illustrés sur la figure VI.8(b).

La commande globale tolérante aux défauts a de même été implémentée sur le système global. Les performances de l'approche sont évaluées en observant l'angle de roulis du véhicule, illustré sur la figure VI.9. En effet, c'est cet angle qui est le plus représentatif. 4 types de situations ont été comparées :

- NOM (tirets vert) : Cas nominal sans défauts
- NC (tirets rouge) : Sans contrôle de l'amortisseur
- LPV SC (plein noir) : Implémentation du contrôleur LPV sans compensation du système
- LPV FTC (plein bleu) : Avec contrôleur LPV et compensation active du défaut par les autres suspensions

En l'absence de défaut, l'angle de roulis est nul car la sollicitation des pneumatiques est symétrique. En présence de défaut, l'angle de roulis est perturbé du fait du manque d'huile dans l'amortisseur avant gauche.

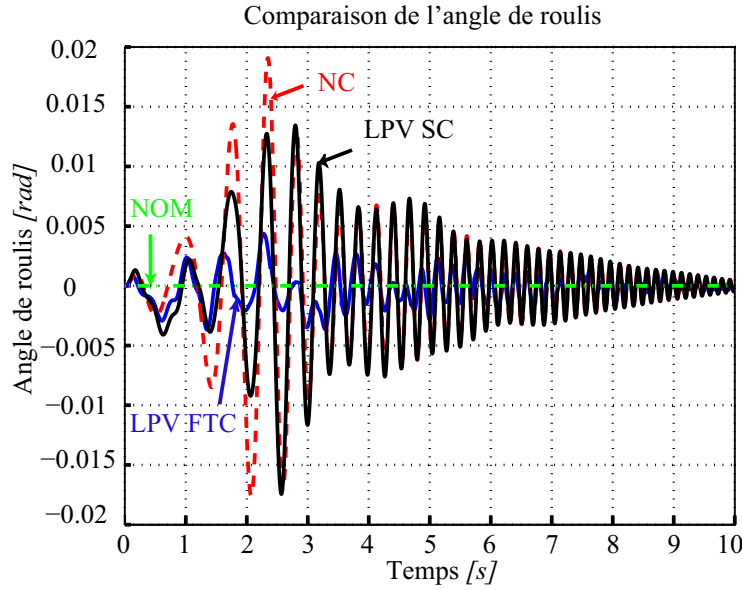


FIGURE VI.9 – Angle de roulis

On constate d'après les données en VI.9 que le contrôleur LPV seul permet de réduire l'angle de roulis du véhicule. L'amélioration est de l'ordre de 20% par rapport au cas non contrôlé.

L'apport de la compensation active via les autres amortisseurs permet d'améliorer de près de 80% les performances, soit 60% par rapport au cas sans compensation active.

On constate cependant que la compensation des efforts n'est pas exacte car l'angle de roulis obtenu n'est pas nul. Ceci est dû au fait que les amortisseurs possèdent des zones non atteignables du à la semi-activité. Cependant, les résultats sont plus qu'encourageants pour une application commerciale.

#### VI.4.7 Conclusion

Dans cette section, une approche de détection de défaut d'un amortisseur semi-actif est proposée. L'objectif est de compenser un défaut sur un amortisseur d'un véhicule en utilisant les autres amortisseurs. Ainsi, chaque suspension semi-active possède son propre contrôleur LPV- $\mathcal{H}_\infty$ , lequel assure les performances du système en conditions nominales. Dès l'occurrence d'un défaut sur un amortisseur, les autres amortisseurs sont contrôlés via une entrée additive afin de compenser le défaut.

Les résultats applicatifs montrent l'efficacité de l'approche. En effet, dans le cas d'une perte d'efficacité de 50% de l'amortisseur avant gauche, la structure de contrôle tolérante active permet un gain de 80% de performances au niveau de l'angle de roulis du véhicule.

Ainsi, même en cas de perte totale d'efficacité de l'amortisseur en défaut, les



autres sont toujours capables de garantir les performances du système.

## VI.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, 2 approches de commande tolérante aux défauts actives sont présentées. Ces approches sont dites actives car elles reposent sur une estimation du défaut et utilisent une entrée externe pour atténuer le défaut, à l'opposé des approches passives faisant intervenir la robustesse du contrôleur. La première approche introduite, propose une compensation directe au niveau de l'amortisseur, tandis que la seconde utilise la disponibilité des autres amortisseurs pour atténuer l'effet du défaut. Ces deux approches sont basées sur une localisation, puis estimation du défaut obtenues par l'approche de l'espace de parité présentées précédemment.

Les deux méthodologies ont montrées des résultats très concluants. On préfère cependant la deuxième approche qui offre l'avantage de pouvoir toujours garantir les performances, même en cas de total inefficacité de l'amortisseur en défaut.

# Conclusions générales et perspectives

---

Cette thèse a abordé de nouveaux aspects de la détection de défauts orientés vers l'implémentation sur cible automobile. Ainsi, la modélisation complète d'un véhicule automobile a été considérée et validée expérimentalement, puis des détecteurs de défauts adaptés ont été proposés.

## VII.1 Conclusions

Le chapitre II est un rappel des bases et notions théoriques à la bonne compréhension de ce manuscrit. Après l'introduction des différentes bases de modélisation d'un système physique, les notions de commande  $\mathcal{H}_\infty$  et de synthèse de détecteurs de défauts pour les systèmes LTI est présentée.

Le troisième chapitre (chapitre III) recense les différents modèles utilisés dans la littérature, en se focalisant premièrement sur les modèles les plus simples du type vertical, longitudinal et latéral. Au final, le modèle complet du véhicule est proposé, lequel est validé expérimentalement sur le **Renault Megane**. Ce modèle complet du véhicule automobile a par ailleurs été intégré dans la toolbox **Automotive Toolbox** développée au Gipsa-Lab.

Le chapitre IV concerne la contribution principale de l'ouvrage. De nouvelles stratégies orientées pour la détection des défauts capteurs et/ou actionneurs sont proposées. Ces méthodologies s'appuient sur la méthode de l'espace de parité, laquelle permet de synthétiser des détecteurs de défauts souples pour l'implémentation. Tout d'abord, des approches uniquement dédiées aux systèmes sont présentées. Puis une nouvelle classe de systèmes - les systèmes incertains, LPV et à paramètres variants notés  $\mathcal{U}$ -LPV - est introduite. Ces systèmes permettent de prendre en compte la robustesse et des dynamiques négligées dans la synthèse du résidu.

Finalement, des applications pratiques sont proposées dans les 2 derniers chapitres. Le chapitre V se concentre sur la synthèse de détecteurs de défauts concernant la dynamique latérale du véhicule. Ainsi, les détecteurs de défauts présentés dans le chapitre IV sont comparés sur des données réelles d'un véhicule. On observe alors que les deux approches sont pertinentes. L'approche  $\mathcal{U}$ -LPV prenant en compte de la robustesse offre des résultats sensiblement meilleurs, au prix d'une synthèse plus élaborée. Ce chapitre propose également une adaptation de la détection de défauts pour la détection de situations critiques latérales. En effet, la détection de situations critiques latérales repose sur la modélisation de pneumatiques. Cette dernière est

décomposée en différentes zones : normale et critique. En synthétisant un détecteur de défaut sur le modèle normal, il est alors possible de détecter la situation critique. Des résultats expérimentaux ont permis de mettre en avant la validité de cette approche. Un scénario de perte de contrôle du véhicule montre que le détecteur de défaut diverge largement en situation critique. Cette approche peut alors être implémentée sur véhicule afin d'alerter le conducteur d'une conduite dangereuse, ou peut également servir à déclencher un organe de sécurité sur le véhicule du type ESP.

Le dernier chapitre (chapitre VI) propose l'application des méthodologies sur la dynamique verticale du véhicule, notamment la suspension. Une étude des différents types de suspension est réalisée dans le cadre de la détection d'un défaut. Les suspensions passives - les plus classiques sur les véhicules actuels - ne possèdent aucun capteur permettant de surveiller leur fonctionnement. L'étude montre que l'ajout d'un simple capteur de déflexion de la suspension permet d'en détecter une défaillance. Par la suite, les suspensions semi-actives sont étudiées. Deux approches de détection de défaut et de compensation sont proposées. La première méthode propose de compenser directement le défaut pour ajout d'un courant sur l'amortisseur en question. La principale restriction de cette approche repose sur la plage de fonctionnement de l'amortisseur. En effet, si l'amortisseur n'est plus contrôlable, la structure de compensation du défaut est alors inopérante. En second lieu, une approche de compensation via les autres amortisseurs du véhicule est proposée. Dans ce cas, l'effort de compensation est directement fourni par les autres suspensions, ce qui admet la possibilité d'une totale inefficacité d'un amortisseur.

## VII.2 Perspectives

A l'issue de ce travail, les perspectives suivantes peuvent être développées.

- La détection de situations critiques présentée en V.4 peut être complétée en prenant en compte le paramètre non constant de friction de la roue. Dans l'approche proposée, la robustesse du résidu permet de prendre en compte de faibles variations de ce paramètre. Cependant, une structure plus complète prenant en compte l'estimation en ligne du paramètres de la chaussée permet d'obtenir des résultats valides dans d'autres cas de situations : pluie, neige, verglas.
- La même structure de détection de situations critiques peut également être étendue concernant le modèle longitudinal du véhicule. La remarque précédente peut également s'adapter à cette suggestion.
- D'autres schémas de modélisation du véhicule, notamment à temps variants, peuvent conduire à d'autres résultats théoriques intéressants et certainement mieux adaptés au véhicule.

# Annexes

## A.1 Paramètres du véhicule

Variable	Valeur	Unité	Commentaires
$g$	9.80665	$m.s^{-2}$	Constante gravitationnelle
$m$	1621	$kg$	Masse du véhicule
$l_f$	1.15	$m$	distance du C.d.G. à l'essieu av.
$l_r$	1.38	$m$	distance du C.d.G. à l'essieu ar.
$I_z$	1975	$kg.m^2$	inertie autour de l'axe $z$
$c_f$	57117	$N.rad^{-1}$	rigidité de dérive essieu av.
$c_r$	81396	$N.rad^{-1}$	rigidité de dérive essieu ar.
$v$		$m.s^{-1}$	vitesse longitudinale
$\beta$		$rad$	angle de dérive
$\dot{\psi}(t)$		$rad.s^{-1}$	vitesse de lacet
$u_L$		$rad$	angle de la direction

## A.2 Développement limité des paramètres variants

### A.2.1 Développement limité de $\rho_1(k)$

Le développement limité de la fonction  $f = \frac{1}{1-x}$  en  $x = 0$  est donné par :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3) \quad (A.1)$$

Ainsi, à l'ordre 1, l'équation V.38 s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \rho_1(k) &= \frac{1}{v_{0i} + \delta_v \delta(k)} \\
 &= \frac{1}{v_{0i}} \left( \frac{1}{1 - \left( -\frac{\delta_v \delta(k)}{v_{0i}} \right)} \right) \\
 &\simeq \frac{1}{v_{0i}} \left( 1 - \frac{\delta_v \delta(k)}{v_{0i}} \right) \\
 \rho_1(k) &\simeq \frac{1}{v_{0i}} - \frac{\delta_v}{v_{0i}^2} \delta(k)
 \end{aligned} \quad (A.2)$$

### A.2.2 Développement limité de $\rho_2(k)$

Le développement limité de la fonction  $f = 1 + x^\alpha$  en  $x = 0$  est donné par :

$$(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2!}x^2 + o(x) \quad (\text{A.3})$$

Ainsi, à l'ordre 1, l'approximation de  $\rho_2(k)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \rho_2(k) &= \frac{1}{(v_{0i} + \delta_v \delta(k))^2} \\ &= \frac{1}{v_{0i}^2} \left( \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_v \delta(k)}{v_{0i}}\right)^2} \right) \\ &\simeq \frac{1}{v_{0i}^2} \left( 1 - 2 \frac{\delta_v \delta(k)}{v_{0i}} \right) \\ \rho_2(k) &\simeq \frac{1}{v_{0i}^2} - \frac{2\delta_v}{v_{0i}^3} \delta(k) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

# Bibliographie

- [Accari 2005] Elie Accari. *Contribution à la modélisation de comportement dynamique de véhicule par réseaux multicouches*. PhD thesis, Université du Littoral-Côte d'Opale, 2005. (Cité en page 37.)
- [Ackermann 1997] Jurgen Ackermann et Tilman Bunte. *Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering*. Control Engineering Practice, vol. 5, pages 1131–1136, 1997. (Cité en pages 2 et 48.)
- [Apkarian 1995] Pierre Apkarian, Pascal Gahinet et Greg Becker. *Self-scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  Control of Linear Parameter-Varying Systems : A Design Example*. Automatica, vol. 31, pages 1251–1261, 1995. (Cité en pages 2 et 23.)
- [Balas 2002] Gary Balas, József Bokor et Zoltán Szabó. *Failure detection for LPV systems - a geometric approach*. In American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002, volume 6, pages 4421–4426 vol.6, 2002. (Cité en page 2.)
- [Balas 2003] Gary Balas, József Bokor et Zoltán Szabó. *Invariant Subspace for LPV Systems and Their applications*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 48, pages 2065–2069, 2003. (Cité en page 2.)
- [Basseville 1993] Michèle Basseville et Igor V. Nikiforov. *Detection of abrupt changes - theory and application*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1993. (Cité en page 2.)
- [Bokor 2005] József Bokor et Gary Balas. *Linear parameter varying systems : a geometric theory and applications*. Proceedings of the 16th IFAC World Congress, vol. 16, 2005. (Cité en page 2.)
- [Cao 2004] Jin Cao et Janos Gertler. *Fault diagnosis in a class of nonlinear systems using identification and GLR testing*. Proceedings of the American Control Conference, vol. 6, pages 5052–5057, 2004. (Cité en page 2.)
- [Chen 1999] Jie Chen et Ron Patton. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers, 1999. (Cité en page 2.)
- [Chow 1984] Edward Y Chow et Alan S Willsky. *Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 1, pages 603–619, 1984. (Cité en pages 2 et 66.)
- [den Hof 2010] Paul MJ Van den Hof, Roland Tóth et Peter S C Heuberger. *Discretisation of linear parameter-varying state-space representations*. IET Control Theory and Applications, pages 2080–2096, 2010. (Cité en page 14.)
- [Ding 2008] Steven X Ding. *Model-based fault diagnosis techniques*. Springer, Berlin, 2008. (Cité en pages 2, 74, 95 et 96.)
- [Dugard 2013] Luc Dugard, Sébastien Varrier, Juan-C. Tudón-Martínez, Widya Nila Velayati, John Martinez, Damien Koenig et Olivier Sename. *Detection of*

- Critical Situations for Vehicle Longitudinal Dynamics*. 17th international conference on vehicle dynamics, 2013. France, Mulhouse. (Cité en pages 5 et 68.)
- [Fang 1994] Xiaowen Fang, Janos Gertler, Moid Kunwer, Jm Heron et Tamer Barkana. *A double-threshold-testing robust method for fault detection and isolation in dynamic systems*. American Control Conference, vol. 2, pages 1979–1983, 1994. (Cité en page 2.)
- [Gaspar 2008] Peter Gaspar, Zoltan Szabo, G. Szederkenyi et Josef Bokor. *Two-level controller design for an active suspension system*. 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, pages 439–444, 2008. (Cité en page 40.)
- [Gertler 1998] Janos Gertler. *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. New York : Marcel Dekker, 1998. (Cité en pages 2 et 66.)
- [Gillespie 1992] Thomas D Gillespie. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Society of Automotive Engineers, Warrendale, Pa., 1992. (Cité en page 37.)
- [Grenaille 2007] Sylvain Grenaille, David Henry et Ali Zolghadri. *A Method for Designing Fault Diagnosis Filters for LPV Polytopic Systems*. 46th IEEE Conference on Decision and Control, pages 3363–3368, 2007. (Cité en page 2.)
- [Grenaille 2008] Sylvain Grenaille, David Henry et Ali Zolghadri. *A Method for Designing Fault Diagnosis Filters for LPV Polytopic Systems*. Journal of Control Science and Engineering, 2008. (Cité en page 2.)
- [Idrissi 2001] Hicham Janati Idrissi, Olivier Adrot et José Ragot. *Residual generation for uncertain models*. 40th IEEE Conference on Decision and Control, pages 590–595, 2001. (Cité en page 83.)
- [Jazar 2009] Reza N Jazar. *Vehicle dynamics : Theory and application*. Springer, Berlin, 2009. (Cité en page 127.)
- [Kiencke 2005] Uwe Kiencke et Lars Nielsen. *Automotive control systems : For engine, driveline, and vehicle*. Springer, 2005. (Cité en page 37.)
- [Koenig 2013] Damien Koenig, Sébastien Varrier et Benoît Marx. *Filtering and fault estimation of nonlinear switched descriptor systems*. Submitted to Transactions on Automatic Control, 2013. (Cité en page 4.)
- [Kwiatkowski 2007] Andreas Kwiatkowski, Sebastian Trimpe et Herbert Werner. *Less conservative polytopic LPV models for charge control by combining parameter set mapping and set intersection*. 46th IEEE Conference on Decision and Control, pages 3363–3368, 2007. (Cité en page 109.)
- [Lozoya-Santos 2012] Jorge J Lozoya-Santos, Ruben Morales-Menendez, Ricardo Ramirez-Mendoza, Juan Carlos Tudon-Martinez, Olivier Sename et Luc Dugard. *Magnetorheological Damper - An Experimental Study*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 23, pages 1213–1232, 2012. (Cité en page 42.)
- [Mammar 2002] Said Mammar et Damien Koenig. *Vehicle handling improvement by active steering*. Vehicle system dynamics, vol. 38, pages 211–242, 2002. (Cité en page 2.)

- [Martinez-Molina 2013] John J Martinez-Molina et Sébastien Varrier. *Chapter 10 : Multisensor Fault-Tolerant Automotive Control : Application to Vehicle Dynamics*. In Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches. Springer, o.sename and p. gáspár and j. bokor édition, 2013. ISBN : 978-3-642-36109-8. (Cité en page 4.)
- [Martínez 2013a] Juan Carlos Tudón Martínez, Soheib Fergani, Sébastien Varrier Olivier Sename, Luc Dugard, Ruben Morales-Menendez et Ricardo Ramírez-Mendoza. *Road Adaptive Semi-active Suspension in a Pick-up Truck using an LPV Controller*. Proceedings of the 7th Ifac Symposium on Advances in Automotive Control, 2013. (Cité en pages 5 et 68.)
- [Martínez 2013b] Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Rubén Morales-Menendez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina et Olivier Sename. *Fault Tolerant Control of a Semi-Active Suspension System based on Robust Fault Detection*. Submitted to the 10th IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, 2013. (Cité en pages 5, 67, 140 et 145.)
- [Martínez 2013c] Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Rubén Morales-Menendez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina et Olivier Sename. *Fault Tolerant Control of a Semi-Active Suspension with LPV accommodation*. Submitted to the 2nd International Conference on Control and Fault Tolerant Systems, 2013. (Cité en pages 5, 68 et 140.)
- [Martínez 2013d] Juan Carlos Tudón Martínez, Sébastien Varrier, Rubén Morales-Menendez et Ricardo A. Ramírez-Mendoza. *Suspension Control Strategy for a Fully Electrified Vehicle*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. (Cité en pages 5, 68 et 140.)
- [Milliken 2003] Douglas L Milliken. Race car vehicle dynamics : Problems, answers, and experiments. SAE-R. Sae International, 2003. (Cité en page 37.)
- [Pacejka 2012] Hans B Pacejka. Tire and vehicle dynamics. Elsevier, 2012. (Cité en pages 49 et 127.)
- [Poussot-Vassal 2008] Charles Poussot-Vassal. *Commande robuste LPV multivariable de chassis automobile*. PhD thesis, Grenoble Institut National Polytechnique, 2008. (Cité en page 2.)
- [Rajamani 2005] Rajesh Rajamani. Vehicle dynamics and control. Springer, Berlin, 2005. (Cité en page 127.)
- [Robert 2007] David Robert. *Contribution à l'interaction commande / ordonnancement*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007. (Cité en page 102.)
- [Roche 2011] Emilie Roche, Olivier Sename, Daniel Simon et Sébastien Varrier. *A hierarchical Varying Sampling  $\mathcal{H}_\infty$  Control of an AUV*. 18th IFAC World Congress, 2011. Milan, Italie. (Non cité.)
- [Scherer 1997] Carsten Scherer, Pascal Gahinet et Mahmoud Chilali. *Multiobjective output-feedback control via LMI optimization*. IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 42, pages 896–911, 1997. (Cité en pages 19 et 21.)



- [Simani 2002] Silvio Simani, Cesare Fantuzzi et Ron J. Patton. Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification techniques. Springer, Berlin, 2002. (Cité en page 2.)
- [Tudón-Martínez 2013] Juan C. Tudón-Martínez, Sébastien Varrier, Jorge de J. Lozoya-Santos et Ruben Morales-Menendez. *Control Tolerante a Fallas en una Suspensión Automotriz Semi-activa*. Submitted to IEEE Latin America Transactions, 2013. (Cité en pages 4, 67 et 106.)
- [Varrier 2012a] Sébastien Varrier, Németh Balázs, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina et Peter Gáspár. *Robust suspension fault detection*. Proceedings of the 20th VSDIA, 2012. Hungary, Budapest. (Cité en pages 4, 67 et 140.)
- [Varrier 2012b] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John J. Martinez. *A Parity Space-Based Fault Detection On LPV Systems : Approach For Vehicle Lateral Dynamics Control System*. 8th IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, 2012. (Cité en pages 4, 67 et 106.)
- [Varrier 2012c] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John J. Martinez. *A Parity Space-Based Fault Detection On LPV Systems : Approach For Vehicle Lateral Dynamics Control System*. 2012 IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC), pages 4366 – 4371, 2012. (Cité en page 95.)
- [Varrier 2012d] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de défauts sur systèmes incertains par approche espace de parité*. 7eme Conférence Internationale Francophone d’Automatique, 2012. France, Grenoble. (Cité en page 5.)
- [Varrier 2012e] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *A Parity Space-Based Fault Detection On LPV Systems : Approach For Vehicle Lateral Dynamics Control System*. 8th IFAC Symposium Safeprocess, México, vol. 8, pages 1191–1196, 2012. México, México city. (Non cité.)
- [Varrier 2012f] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Robust Fault Detection for Vehicle Lateral Dynamics*. Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, pages 4366–4371, 2012. USA, Hawaii, Maui. (Cité en pages 4, 67 et 106.)
- [Varrier 2013a] Sébastien Varrier, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Diana Hernandez, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina et Rubén Morales-Menéndez. *Fault Detection in Automotive Semi-active Suspension : Experimental Results*. Proceedings of the SAE 2013 World Congress, 2013. USA, Michigan, Detroit. (Cité en pages 5, 68 et 140.)
- [Varrier 2013b] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de situation critique dâun véhicule automobile*. 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 2013. France, Strasbourg. (Cité en pages 5, 68 et 107.)

- [Varrier 2013c] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Détection de situation critique d'un véhicule automobile*. Soumis au Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA), 2013. France, Strasbourg. (Cité en pages 4, 67 et 106.)
- [Varrier 2013d] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Integrated Fault Estimation and Fault Tolerant Control Design for LPV Systems*. 5th IFAC SSSC, 10th Workshop on Time-Delay Systems and 5th Fractional Differentiation and its Applications, vol. 5, pages 689–694, 2013. France, Grenoble. (Cité en pages 4 et 106.)
- [Varrier 2013e] Sébastien Varrier, Carlos Vivas-Lopez, Jorge de Jesus Lozoya-Santos, Damien Koenig, John-Jairo Martinez-Molina et Rubén Morales-Menendez. *Applicative Fault Tolerant Control for Semi-Active Suspension System : Preliminary Results*. Proceedings of the 12th IEEE European Control Conference, 2013. (Cité en pages 5, 68 et 140.)
- [Varrier 2014] Sébastien Varrier, Damien Koenig et John-Jairo Martinez-Molina. *Robust fault detection for Uncertain Unknown Inputs LPV system*. Control Engineering Practice, vol. 22, no. 0, pages 125 – 134, 2014. (Cité en pages 4, 67 et 106.)
- [Wang 2006] Changhong Wang, Hongru Wang, Huijun Gao et Ligang Wu. *Robust Fault Detection for a Class of Discrete-time LPV Systems with Time-delays*. 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, pages 1239–1244, 2006. (Cité en page 2.)



---

## Détection de situations critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile

**Résumé :** Les véhicules modernes sont de plus en plus équipés de nouveaux organes visant à améliorer la sécurité des occupants. Ces nouveaux systèmes sont souvent des organes actifs utilisant des données de capteurs sur le véhicule. Cependant, en cas de mauvais fonctionnement d'un capteur, les conséquences pour le véhicule peuvent être dramatiques. Afin de garantir la sécurité dans le véhicule, des nouvelles méthodologies de détections de défauts adaptées pour les véhicules sont proposées. Les méthodologies présentées sont étendues de la méthode de l'espace de parité pour les systèmes à paramètres variant (LPV). En outre, la transformation du problème de détection de défauts pour la détection de situations critiques est également proposée. Des résultats applicatifs réalisés sur un véhicule réel dans le cadre du projet [INOVE](#) illustrent les performances des détections de défauts et la détection de perte de stabilité du véhicule.

**Mots clés :** Détection de défauts, détection de situations critiques, stabilité du véhicule, LPV, espace de parité, dynamique du véhicule, commande latérale, ESP,  $\mathcal{H}_\infty$ .

---

---

## Detection of critical situations and robust automotive fault tolerant control

**Abstract :** Modern vehicles are increasingly equipped with new mechanisms to improve occupant safety. These new systems are often active parts using data from sensors on the vehicle. However, in case of malfunction of a sensor, the consequences for the vehicle can be dramatic. To ensure safety in the vehicle, new methodologies for detection of faults suitable for vehicles are proposed. The developed methodologies are extended from the method of parity space for linear parameter varying systems (LPV). In addition, the transformation of fault detection problem for the detection of critical situations is also available. Application of results achieved on a real vehicle within the [INOVE](#) project illustrate the performance of fault detection and detection of loss of stability of the vehicle.

**Keywords :** Fault detection, detection of critical situation, vehicle stability, LPV, parity space, vehicle dynamics, lateral control, ESP,  $\mathcal{H}_\infty$ .

---